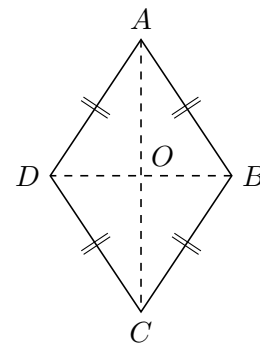


Exercice du losange

Le côté d'un losange mesure 27,4 cm et l'une de ses diagonales 42 cm.

Quelle est la longueur de sa seconde diagonale ?

Correction :

Soit $ABCD$ un losange de centre O tel que $AB = 27,4$ cm et $AC = 42$ cm.

✓ $ABCD$ est un losange.

Or : « Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales se coupent en leur milieu » .

Donc O est le milieu de $[AC]$ et $AO = AC \div 2 = 42 \div 2 = 21$ cm.

✓ $ABCD$ est un losange.

Or : « Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires » .

Donc AOB est un triangle rectangle.

✓ AOB est un triangle rectangle, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$OB^2 = AB^2 - AO^2$$

$$OB^2 = 27,4^2 - 21^2 = 309,76$$

$$OB = \sqrt{309,76} = 17,6$$

✓ Comme O est le milieu de $[DB]$: $DB = OB \times 2 = 17,6 \times 2 = 35,2$ cm.

Enfinement la seconde diagonale de ce losange mesure 35,2 cm.

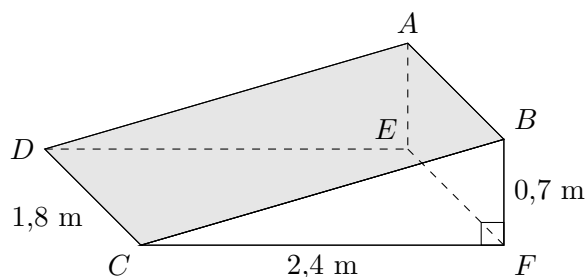
Exercice du tremplin

Un tremplin sur un parcours de mini-golf a la forme d'un prisme droit à base triangulaire.

Le revêtement posé sur l'une de ses faces, en gris sur la figure, a coûté 128,52 €.

Quel est le prix au mètre-carré de ce revêtement ?

Justifier.

**Correction :**

Le triangle BCF est rectangle en F , d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = CF^2 + FB^2$$

$$BC^2 = 2,4^2 + 0,7^2$$

$$BC^2 = 6,25$$

$$BC = \sqrt{6,25}$$

$$BC = 2,5$$

Maintenant qu'on connaît la longueur BC , on peut calculer l'aire du rectangle $ABCD$:

$$A_{ABCD} = DC \times BC = 1,8 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} = 4,5 \text{ m}^2$$

4,5 m² de revêtement ont coûté 128,52 €, calculons le prix d'un mètre-carré :

$$128,52 \div 4,5 = 28,56$$

Ce revêtement coûte donc 28,56 € le mètre-carré.

Exercice du parallélogramme

$EFGH$ est un parallélogramme tel que : $EF = 36$; $EH = 77$; $HF = 85$.

$EFGH$ est-il un rectangle ?

Correction :

Dans le triangle EFH , le plus grand côté est $[HF]$.

$$HF^2 = 85^2 = 7\,225$$

$$EF^2 + EH^2 = 36^2 + 77^2 = 7\,225$$

On constate que $HF^2 = EF^2 + EH^2$, donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle EFH est rectangle en E .

Le parallélogramme $EFGH$ a un angle droit en E .

On sait que : « si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle » donc $EFGH$ est un rectangle.

Exercice de l'autre parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme tel que : $AD = 6,5$; $BD = 6,6$; $AC = 11,3$.

$ABCD$ est-il un losange ?

Correction :

$ABCD$ est un parallélogramme. Or : « si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu. » Don O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$.

Ainsi, $AO = AC \div 2 = 11,3 \div 2 = 5,65$ et $DO = BD \div 2 = 6,6 \div 2 = 3,3$.

Dans le triangle AOD , le plus grand côté est $[AD]$.

$$AD^2 = 6,5^2 = 42,25$$

$$AO^2 + DO^2 = 5,65^2 + 3,3^2 = 42,8125$$

On constate que $AD^2 \neq AO^2 + DO^2$, il n'y a pas l'égalité de Pythagore donc le triangle AOD n'est pas rectangle, autrement dit, les diagonales de $ABCD$ ne sont pas perpendiculaires.

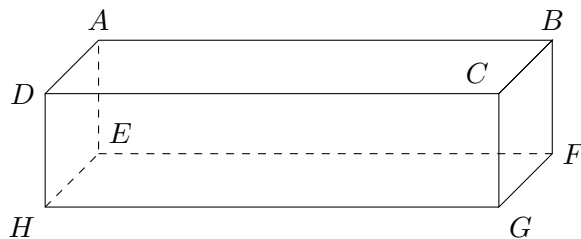
On sait que « si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires ». Ici, les diagonales ne sont pas perpendiculaires donc $ABCD$ n'est pas un losange.

Exercice de la diagonale du pavé

$ABCDEFGH$ est un pavé droit tel que :

$AB = 12$ cm ; $BF = 3$ cm ; $GF = 4$ cm.

Calcule la longueur d'une diagonale de ce pavé droit.

**Correction :**

Pour calculer la longueur AG de la diagonale du pavé , il faut d'abord déterminer la longueur AC .

La face $ABCD$ du pavé est un rectangle. Les rectangles ont quatre angles droits donc le triangle ABC est rectangle en B et son hypoténuse est $[AC]$.

D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

(Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur donc $BC = GF = 4$ cm.)

$$AC^2 = 12^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 160$$

$$AC = \sqrt{160}$$

Dans un pavé droit, les faces sont perpendiculaires entre elles donc le triangle ACG est rectangle en C et son hypoténuse est $[AG]$.

D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AC^2 + CG^2$.

(Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur donc $CG = BF = 3$ cm.)

$$AG^2 = 160 + 3^2$$

$$AG^2 = 169$$

$$AG = \sqrt{169}$$

$$AG = 13$$

Finalem^{ent}, une diagonale de ce pavé mesure 13 cm.