Corrigé Contrôle C8 COSINUS ET EQUIDISTANCE (55')

Compte rendu :

Contrôle à peine meilleur que le test.

- *Equations :* **Trop de fautes de signe !** *Que de points perdus ! Relisez !*

  Dit mille fois et répété : réduire avant de rassembler !
- *Equidistances et constructions :* ***Que de points perdus à cause du codage manquant !***
- *Cosinus :*
  - *Il faut écrire* ***l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.***
  - *Quelques fautes dans la méthode cos hyp (équation de type cos (30°) = $\frac{5}{x}$). La longueur trouvée de l'hypoténuse doit être évidemment plus grande que celle des côtés adjacents !*
- *Pythagore : A réviser absolument ;* ***Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle****.*
- *Somme des angles dans un triangle : Rédaction à revoir.*

Plus généralement :

Lisez bien les données de l'énoncé, RELISEZ !

Faites des phrases réponses.

Manque général de rigueur dans l'application des propriétés et méthodes : bonne lecture des données, arrondis, unités, codages, phrases réponses.

Manque général de précision : triangle rectangle où ?

Lorsque les exercices 1 et 2 sont ratés, la note est décevante.

$4^{ème}$ 3 *Médiane en 2011*

0 — 10,97 — 12,5 — 14,75 — 20

Médianes = 15,6 sur 22 en 2011 ; 18 sur 26 en 2010 ; 11,2 sur 20 en 2009 ; 12,4 sur 20 en 2008.

- Exercice n° 1 (…………………… / 4,5 points) : Equations. **Attention aux fautes de signe !**

$6 - 4(2f - 3) = -5f + 2 - f$

$6 - 8f + 12 = -6f + 2$

$-8f + 18 = -6f + 2$

$18 - 2 = -6f + 8f$

$16 = 2f$

$8 = f$

$3 - (2k - 7) = 5 + (2k + 7)$

$3 - 2k + 7 = 5 + 2k + 7$

$10 - 2k = 12 + 2k$

$10 - 12 = 2k + 2k$

$-2 = 4k$

$\frac{-2}{4} = k$

$\frac{-1}{2}$ F.I. $= k$

$\frac{-3}{2h + 1} = \frac{3}{-4}$

Par produits en croix, on obtient, ***en n'oubliant pas les parenthèses !***

$-3 \times (-4) = 3 \times (2h + 1)$

$12 = 6h + 3$

$12 - 3 = 6h$

$9 = 6h$

$\frac{9}{6} = h$

$\frac{3}{2} = h$ F.I.

Trop, trop trop de fautes de signe !!

➢ <u>Exercice n° 2 (…………..…..…… / 4,5 points)</u> : Equidistance.

Pour chaque figure, <u>laisser traits de construction et codages petits mais visibles.</u>

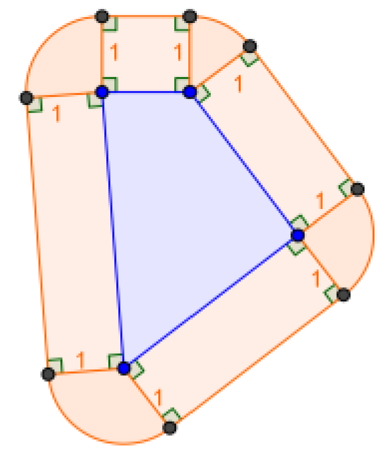
① Une allée de 1 m de large doit être construite autour de cet étang. La construire (échelle 1 cm pour 1 m).

<u>Rappel méthode :</u>

*❶ Contre chaque côté du quadrilatère, construire **un rectangle** de largeur la distance demandée (ici ……. cm).*

Faire apparaître les angles droits !

❷ En chaque sommet, compléter par un arc de cercle de centre ce sommet et de rayon la distance demandée (ici 1 cm).



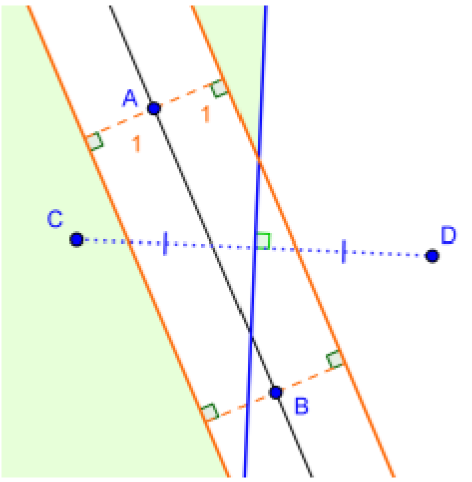
② Dans quelle zone verte construire un hôpital qui doit être en même temps :

- plus près de la ville C que de la ville D. *On trace la médiatrice de [CD].*
- **<u>et</u>** à plus de 100 m de l'autoroute (AB). *On trace la bande à bords parallèles d'axe (AB) et de largeur 1 + 1 cm.*

(échelle 1 cm pour 100 m)

La zone verte recherchée est la zone des points en même temps à l'extérieur de la bande et à gauche de la médiatrice.

C'est l'intersection de l'extérieur de la bande et du demi-plan contenant C.



Beaucoup d'oublis de la petite partie à droite

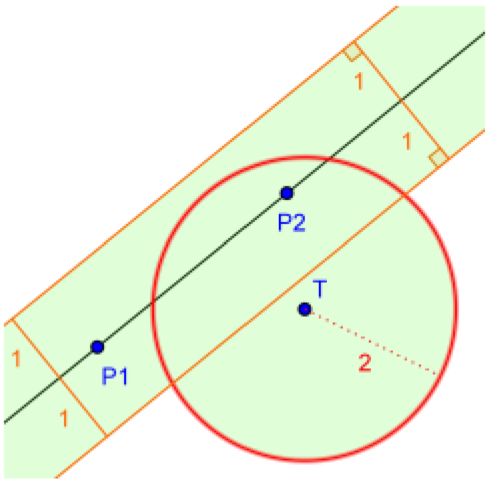
.

③ Hachurer en vert la zone inconstructible située (échelle 1 cm pour 100 m) :

- à moins de 100 m de la ligne à haute tension (P_1P_2). *On trace la bande à bords parallèles d'axe (P_1P_2) et de largeur 1 + 1 cm.*
- **<u>ou</u>** à moins de 200 m du transformateur haute tension T. *On trace le cercle de centre T et de rayon 2 cm.*

La zone verte recherchée est la zone des points soit à l'intérieur de la bande, soit à l'intérieur du cercle.

C'est la réunion de la bande et du disque.

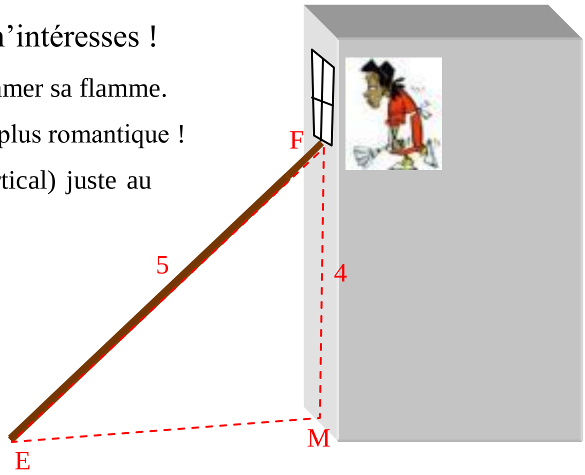


Remarque : le mot « et » correspond à une intersection ; le mot « ou » correspond lui à une réunion.

Trop de points perdus à cause des codages manquants !

➢ <u>Exercice n° 3 (…………………..… / 4,5 pts)</u> : Cos toujours tu m'intéresses !

Humphrey Peursuila désire rejoindre sa bien-aimée Leilou Lakuiss pour lui déclamer sa flamme.
Mais pas question de passer par une banale porte d'entrée ! L'échelle, c'est bien plus romantique !
Il pose alors son échelle de 5 mètres de long contre le mur (supposé bien vertical) juste au niveau de la fenêtre F qui se trouve à 4 m de hauteur.
On appelle E le pied de l'échelle et M le pied du mur.



Reporter sur le schéma les points F, E et M ainsi que les longueurs 5 m et 4 m.

Dans la suite, toutes les réponses seront arrondies à l'unité si besoin.

1. Justifier rapidement que le triangle FEM est rectangle. (……….......... / 0,5 pts)
2. A quelle distance se trouve le pied E de l'échelle du mur. Justifier. (………..……..…….. / 1,5 pts)
3. Quel angle environ fait l'échelle avec la verticale. Justifier. (……………….... / 1,5 pts)
4. Une échelle est utilisable en toute sécurité lorsqu'elle fait un angle avec le sol compris entre 60° et 80°.
   Humphrey peut-il monter sur l'échelle sans danger ? Justifier. (…………………..….. / 1 pt)

1. Puisque le mur est supposé bien vertical par rapport au sol supposé bien horizontal, alors le triangle FEM est rectangle en M.

2. La distance du pied E de l'échelle au mur est représentée par la longueur EM.

Puisque FEM est un triangle rectangle en M alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore version directe, on a : $EF^2 = ME^2 + MF^2$

$25 = ME^2 + 16$

d'où $25 - 16 = ME^2$

c-à-d $9 = ME^2$

donc $\sqrt{9} = ME$

soit $3\text{ m} = ME$

Le pied de l'échelle se trouve exactement à 3 m du mur.

3. L'angle que fait l'échelle avec la verticale est représenté par l'angle $\widehat{EFM}$. Beaucoup ne savent pas ce que représente l'angle de l'échelle avec la verticale !

Puisque FEM est un triangle rectangle en M

alors $\cos(\widehat{EFM}) = \dfrac{FE}{FM}$

$\cos(\widehat{EFM}) = \dfrac{5}{4}$

D'où $\widehat{EFM} = \cos^{-1}\left(\dfrac{5}{4}\right)$ *valeur exacte.*

D'où $\widehat{EFM} \approx 37°$

L'échelle fait environ un angle de 37° avec la verticale.

4. Calculons l'angle que fait l'échelle avec le sol.

Puisque FEM est un triangle rectangle en M,

alors $\widehat{F} + \widehat{E} + \widehat{M} = 180°$

Donc $\widehat{E} = 180 - \widehat{F} - \widehat{M}$

$\widehat{E} \approx 180° - 37° - 90°$

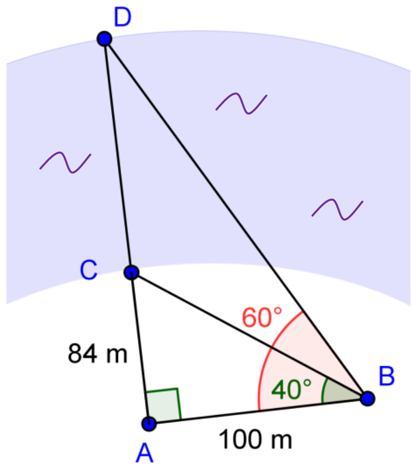
$\widehat{E} \approx 53°$

Puisque l'angle que fait l'échelle au sol ($\widehat{E} \approx 53°$) *n'est pas compris entre 60° et 80°, alors Humphrey risque de se faire mal pour rejoindre Leilou.*

➢ <u>Exercice n° 4 (……………….. / 4,5 pts)</u> : Distances par triangulation. D'après Brevet Strasbourg 1991.

La triangulation est une technique mathématique qui permet de trouver, à partir de 2 mesures d'angle et d'une longueur, une distance non mesurable physiquement.

Ainsi, le géomètre Théo Raime est chargé par la ville de déterminer la largeur DC de la rivière avant la construction d'un futur pont à cet endroit.



• Ci-contre le croquis codé dans son carnet ainsi que les différentes mesures qu'il a prises :

AB = 100 m $\widehat{ABC} = 40°$ $\widehat{ABD} = 60°$

• Pour trouver la largeur DC de la rivière, Théo Raime a d'abord trouvé la longueur CA.

Voici la méthode en 3 étapes qu'il a appliquée dans le petit triangle ABC :

étape ① Il a d'abord calculé la longueur BC par trigonométrie.

étape ② Puis il a calculé la mesure de l'angle $\widehat{C}$ dans le triangle ABC.

étape ③ Et enfin, il a fini par calculer la longueur CA par trigonométrie. Il a ainsi trouvé CA ≈ 84 m.

• **Placer ces 4 informations sur le schéma <u>codé</u> ci-dessus. Dans la suite, les réponses seront arrondies à l'unité, si besoin.**

1. En considérant cette fois-ci **le grand triangle ABD** et en appliquant la même méthode que Théo, déterminer la longueur DA. (…………………………….. / 1,5 + 1 + 1,5 points)

Lisez bien votre énoncé : on ne vous demande pas de refaire ce qu'a fait Théo dans le triangle ABC !

❶ Calcul de BD par trigonométrie :

Puisque ABD est un triangle rectangle en A,

alors $\cos(\widehat{ABD}) = \dfrac{BA}{BD}$

d'où $\cos(60°) = \dfrac{100}{BD}$

donc $BD = \dfrac{100}{\cos(60°)}$ *valeur exacte*

d'où $BD = 200$ m *valeur exacte*

❷ Calcul de la mesure de $\widehat{D}$ *dans ABD.*

Puisque ABD est un triangle rectangle en A,

Alors $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{D} = 180°$

Donc $\widehat{D} = 180° - \widehat{A} - \widehat{B}$

$\widehat{D} = 180° - 90° - 60°$

$\widehat{D} = 30°$

❸ Calcul de DA par trigonométrie :

Puisque ABD est un triangle rectangle en A,

alors $\cos(\widehat{BDA}) = \dfrac{DA}{DB}$

d'où $\cos(30°) = \dfrac{DA}{200}$

donc $200 \times \cos(30°) = DA$

d'où $DA \approx 173$ m *v.a. arrondie à l'unité*

<u>Deux remarques :</u>

• On verra en Troisième une façon bien plus rapide de calculer DA, le côté opposé à l'angle aigu $\widehat{ABD}$*, connaissant la longueur BA du côté adjacent. Il s'agit de la troisième formule trigonométrique : la tangente ! Et ici, on aurait :*

$\tan \widehat{ABD} = \dfrac{AD}{AB}$ *d'où* $AD = AB \times \tan \widehat{ABD}$.

• Cette question montre que grâce à la trigonométrie, on peut calculer n'importe quelle longueur grâce à 2 mesures d'angle et une longueur !

2. En déduire la largeur DC de la rivière, arrondie au mètre. (…………………….... / 0,5 pts)

Puisque les trois points A, C et D sont alignés, alors $CD = AD - AC \approx 173 - 84 \approx 89$ *m.*

La rivière, à cet endroit, mesure environ 89 m de large.

➢ <u>Exercice n° 5 (………………………. / 2 points)</u> : Cosinus, questions de cours.

Pour chaque affirmation, trois choix vous sont proposés dont un seul est vrai. Lequel ? **L'entourer.**

(Barème : Réponse juste = + 0,5 pts Sans réponse = 0 pt Réponse fausse = – 0,25 pts)

(Les scores finaux négatifs sont ramenés à une note de 0)

Affirmations	*Choix 1*	*Choix 2*	*Choix 3*	*Points (Prof)*
① Le cosinus est	une proportion.	un angle.	la mesure d'un angle.	
② Soit DEF un triangle rectangle en F. Cos ($\widehat{E}$) = 0,8 signifie que	ED mesure 80 % de EF.	DF mesure 80 % de EF.	FE mesure 80 % de ED.	
③ Soit ABC un triangle rectangle en B, alors cos ($\widehat{C}$)	est égal à $\frac{AC}{CB}$.	est égal à $\frac{BC}{CA}$.	est égal à $\frac{AB}{AC}$.	
④ Soit FUN un triangle rectangle en F, alors la longueur UN est égale à	$\dfrac{NF}{\cos \widehat{U}}$	$NF \times \cos(\widehat{N})$	$\dfrac{NF}{\cos \widehat{N}}$	

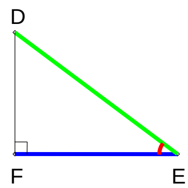
QCM raté comme d'habitude. Il fallait absolument faire des croquis !

❶ Dans un triangle rectangle, Cos (angle aigu) = $\dfrac{\text{longueur du } \textbf{côté adjacent} \text{ à cet angle aigu}}{\text{longueur de } \textbf{l'hypoténuse}}$.

Donc le cosinus est une proportion, comprise entre 0 et 1.

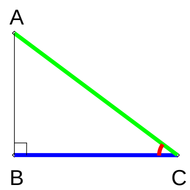
<u>Choix 2-3 :</u> le cosinus caractérise un angle aigu mais ce n'est pas un angle ni même une mesure d'angle !

❷ Puisque le cosinus d'un angle aigu est une proportion, comprise entre 0 et 1, il indique le rapport en pourcentage entre la longueur du côté adjacent à cet angle aigu et la longueur de l'hypoténuse.



Un petit croquis s'impose : ici Cos ($\widehat{E}$) = $\frac{EF}{ED}$ = 0,8. Donc EF = 0,8 × ED. Donc EF mesure 80 % de ED.

❸ Un petit croquis s'impose puis on écrit la relation du cosinus :

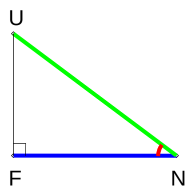


Cos ($\widehat{C}$) = $\frac{CB}{CA}$ donc c'est le choix 2.

<u>Choix 1 :</u> inversion du côté adjacent et de l'hypoténuse.

<u>Choix 3 :</u> mauvais choix de l'angle aigu.

❹ Un petit croquis s'impose puis on écrit la relation du cosinus :



Comme ici, on considère l'hypoténuse UN et toujours le côté adjacent NF dans les choix de réponse, alors on considère l'angle aigu $\widehat{N}$ encadré par [NF] et [NU]. Puis on écrit la relation du cosinus :

Cos ($\widehat{N}$) = $\frac{NF}{NU}$.

D'où NU = $\dfrac{NF}{\text{Cos}(\widehat{N})}$ c'est le choix 3.

<u>Choix 1 :</u> mauvais choix de l'angle aigu.

<u>Choix 2 :</u> confusion méthodes Cos Hyp et Cos Adj.