Corrigé Contrôle C8
COSINUS ; EQUIDISTANCE ; TANGENTE (55')

Compte rendu :

Contrôle réussi globalement sauf le n°4.

- *Equations :* ***Trop de fautes de signe !*** *Que de points perdus ! Relisez !*

  Dit mille fois et répété : réduire avant de rassembler !
- *Equidistances et constructions :* ***Que de points perdus à cause du codage manquant !***
- *Cosinus : Il faut écrire* ***l'hypothèse essentielle du triangle rectangle.***
- *Pythagore :* ***Ne pas oublier l'hypothèse essentielle du triangle rectangle****.*

Plus généralement :

Lisez bien les données de l'énoncé.

Utilisez bien les croquis.

Lisez bien votre calculatrice.

Faites des phrases réponses.

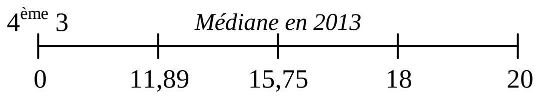
RELISEZ !

Manque général de rigueur dans l'application des propriétés et méthodes : bonne lecture des données, arrondis, unités, codages, phrases réponses.

Manque général de précision : tangente où ? Arrondis, unités.

Lorsque les exercices 1 et 2 sont ratés, la note est décevante.

Médianes = 12,5 en 2012 ;15,6 sur 22 en 2011 ; 18 sur 26 en 2010 ; 11,2 sur 20 en 2009 ; 12,4 sur 20 en 2008.



- Exercice n° 1 (…………………… / 4,5 points) : Equations. **Attention aux fautes de signe !**

$6f - 3(2 + 3f) = -5 + 2f - 1$

$6f - 6 - 9f = -6 + 2f$

$-6 - 3f = -6 + 2f$

$-6 + 6 = 3f + 2f$

$0 = 5f$

$0 = f$

$3 - (1 - 2k) = k + (7k + 8)$

$3 - 1 + 2k = k + 7k + 8$

$2 + 2k = 8k + 8$

$2 - 8 = 8k - 2k$

$-6 = 6k$

$\frac{-6}{6} = k$

$-1 = k$

$\frac{-2}{2h} = \frac{3}{-4h + 1}$

Par produits en croix, on obtient, ***en n'oubliant pas les parenthèses !***

$-2 \times (-4h + 1) = 3 \times 2h$

$8h - 2 = 6h$

$8h - 6h = 2$

$2h = 2$

$h = 1$

Trop, trop trop de fautes de signe !!

➢ Exercice n° 2 (……………..…..…… / 4,5 points) : Equidistance.

Pour chaque figure, laisser traits de construction et codages petits mais visibles.

① Kimberley Tartinh veut creuser une tranchée de 1 m de large autour de son bac à sable.

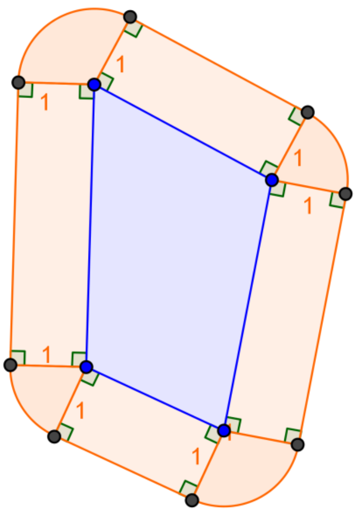
La construire. (échelle 1 cm pour 1 m).

Rappel méthode :

❶ Contre chaque côté du quadrilatère, construire ***un rectangle*** *de largeur la distance demandée (ici ……. cm).*

Faire apparaître les angles droits !

❷ En chaque sommet, compléter par un arc de cercle de centre ce sommet et de rayon la distance demandée (ici 1 cm).



La construction de chaque rectangle contre chaque bord du quadrilatère de départ est une épreuve insurmontable pour beaucoup d'élèves : il ne s'agit pas de bêtement prolonger les côtés du quadrilatère !

② Dans quelle zone verte planter des fleurs qui doivent être en même temps :

- à égale distance des 2 allées.

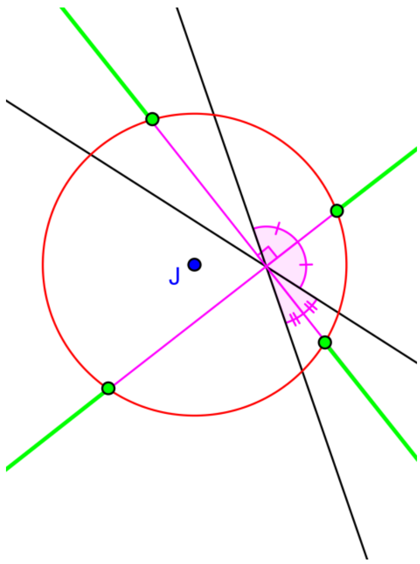
On trace le couple perpendiculaire de bissectrices des angles formés par les deux droites à leur intersection.

- **et** à plus de 2 m du jet d'eau J.

On trace le cercle de centre J et de rayon 2 cm.

La zone verte recherchée est l'ensemble des points sur les bissectrices et à l'extérieur du cercle.

(échelle 1 cm pour 1 m)



La seconde bissectrice est souvent oubliée !!

③ Une zone démilitarisée de 4 km de large court le long de la frontière séparant la Corée du Nord de la Corée du Sud.

Des observateurs de l'ONU doivent se placer :

- à égale distance des postes frontières A et B.

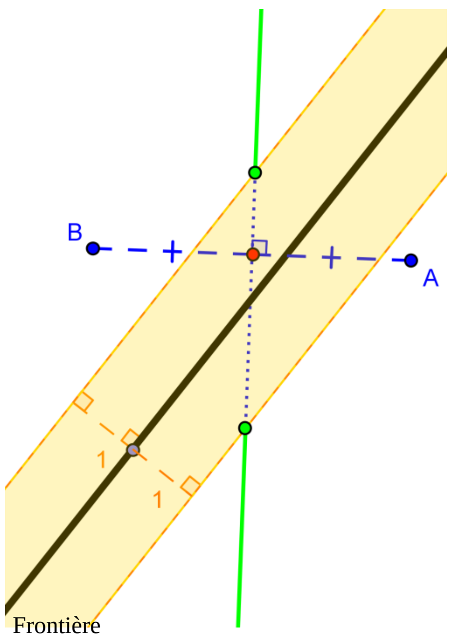
On trace la médiatrice du segment [BA], sans oublier le double codage !

- mais pas dans la zone démilitarisée évidemment !

On trace la bande parallèle à la frontière de 1 cm de large de part et d'autre de la frontière.

Dans quelle zone verte peuvent-ils se placer ? (échelle 1 cm pour 2 km).

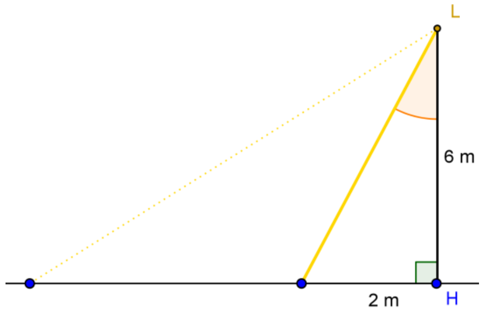
La zone verte recherchée est constituée des points de la médiatrice à l'extérieurs de la bande.



Trop de points perdus à cause des codages manquants !

➢ Exercice n° 3 (…………………..… / 7 pts) : Et la lumière fut.

Un lampadaire [LH] de 6 m de haut est installé à 2 m du bord B d'une route qu'il doit éclairer la nuit. Reporter les données sur la figure.



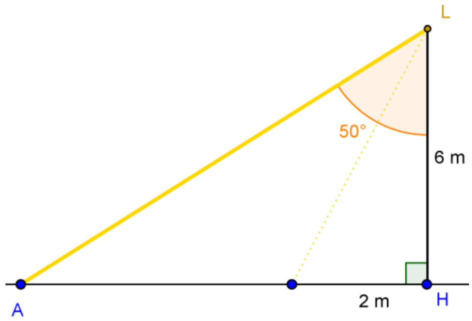
Ecrivre petit ! Résultats des questions arrondis au 1/10ème près si besoin.

Une mauvaise utilisation des croquis est très pénalisante pour cet exercice.

• *Partie A indépendante : Angle minimal du faisceau lumineux avec la verticale.*

1. Dans le triangle LHB, calculer la longueur LB. (…..………… / 1,5 pts)
2. En déduire l'angle minimal du faisceau lumineux avec la verticale. (.............................. / 1,5 pts)

• *Partie B indépendante : Le lampadaire est-il bien réglé ?*



Le faisceau lumineux du lampadaire fait un angle maximal $\widehat{HLA}$ de 50° avec la verticale.

3. Calculer la longueur LA. (............................ / 1,5 pts)
4. Dans le triangle LAH, calculer la mesure de l'angle $\widehat{LAH}$. (.................................. / 1 pt)
5. ***Par trigonométrie***, calculer la longueur AH.
   La route a en fait une largeur de 6 m. Le lampadaire est-il bien réglé ? Justifier. (................................ / 1,5 pts)

1. Puisque LHB est un triangle rectangle en H, alors, d'après le célèbre théorème de Pythagore version directe, on a :

$$LB^2 = HL^2 + HB^2$$
$$LB^2 = 6^2 + 2^2$$
d'où $LB^2 = 40$

donc $LB = \sqrt{40}$ valeur exacte

soit $LB \approx 6,3$ m v.a au 1/10ème.

2. Puisque LHB est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{HLB}) = \dfrac{LH}{LB}$

$\cos(\widehat{HLB}) \approx \dfrac{6}{6,3}$

D'où $\widehat{HLB} \approx \cos^{-1}\left(\dfrac{6}{6,3}\right)$

D'où $\widehat{HLB} \approx 17,8°$

L'angle minimal que fait le faisceau lumineux avec la verticale est d'environ 17,8°.

3. Puisque ALH est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{ALH}) = \dfrac{LH}{LA}$

d'où $\cos(50°) = \dfrac{6}{LA}$

donc $LA = \dfrac{6}{\cos(50°)}$ v.e.

d'où $LA \approx 9,3$ m v.a au 1/10ème.

4. D'après le codage, LAH triangle rectangle en H,

Alors $\widehat{L} + \widehat{A} + \widehat{H} = 180°$

Donc $\widehat{A} = 180° - \widehat{L} - \widehat{H}$

$\widehat{A} = 180° - 50° - 90°$

$\widehat{LAH} = 40°$

5. Puisque LAH est un triangle rectangle en H,

alors $\cos(\widehat{LAH}) = \dfrac{AH}{AL}$

d'où $\cos(40°) \approx \dfrac{AH}{9,3}$

donc $9,3 \times \cos(40°) \approx AH$

d'où $AH \approx 7,1$ m v.a au 1/10ème près.

Puisque 2 + 6 > 7,1 m alors l'éclairage n'atteint pas l'autre bord de la route donc le lampadaire n'est pas bien réglé.

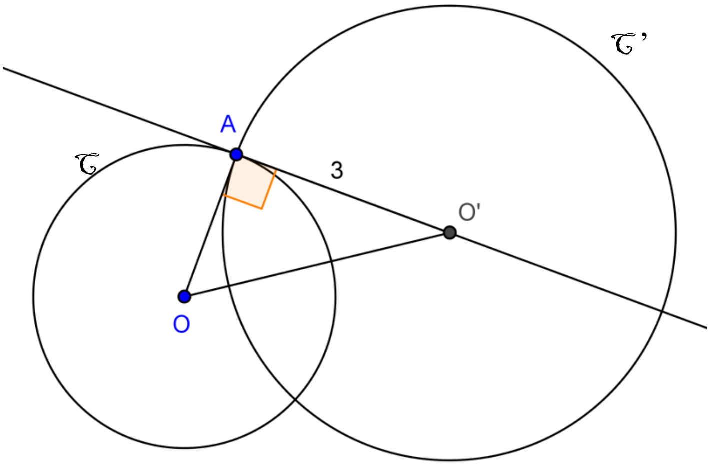
- <u>Exercice n° 4 (…………………..……… / 4 points + 1 bonus)</u> : Cercles orthogonaux (bis).

Rappelons la définition donnée dans le Test 2013 : ***« Soient deux cercles qui se coupent en un point. Les deux cercles sont dits orthogonaux en ce point lorsque le triangle joignant ce point, le centre du premier cercle et le centre du deuxième cercle, est rectangle en ce point. »***

Le but de l'exercice est d'énoncé une propriété qui permet de reconnaître deux cercles orthogonaux.

Exercice moyennement réussi.

Soit donc un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et un point A sur ce cercle (voir figure ci-dessous).



1. Tracer la tangente au cercle $\mathcal{C}$ en A.

   Sur cette tangente, placer à droite de A le point O'

   tel que AO' = 3 cm. (.......................... / 0,5 pts)

2. Quelle est la nature du triangle OAO' ? Justifier. (............................. / 1 pt)

Puisque (O'A) est tangente en A au cercle $\mathcal{C}$ de centre O, alors le triangle OAO' est rectangle en A.

3. Tracer le cercle $\mathcal{C}$' de centre O' et de rayon O'A.

   Que représente la droite (OA) pour ce cercle $\mathcal{C}$' ? Justifier. (......................... / 1 pt)

• Puisque le triangle OAO' est rectangle en A, alors (OA) ⊥ (O'A).

• Puisque $\left\{\begin{array}{l}\text{① (OA)} \perp \text{(O'A)}\\ \text{② A est sur le cercle } \mathcal{C}' \text{ de centre O'}\end{array}\right\}$ *alors la droite (OA) est tangente en A au cercle $\mathcal{C}$'.*

4. Comment sont les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$' ? Justifier. (......................... / 0,5 pts)

Puisque le triangle OAO' joignant les deux centres O et O' et A l'un des deux points d'intersection des deux cercles est rectangle en A, alors les cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$' sont orthogonaux.

Il fallait se référer à la définition de 2 cercles orthogonaux rappelée en préambule.

5. On peut donc énoncer la propriété suivante (à compléter) : (.................................... / 1 pt)

« Soient deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$ ' qui se coupent un point M. Si la tangente au cercle $\mathcal{C}$ en M est *perpendiculaire* à *la tangente au cercle $\mathcal{C}$' en M* alors les deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}$' sont *orthogonaux en M.* »

Manque général de précision ici.

6. <u>Bonus :</u> Soient un cercle $\mathcal{C}_1$ de centre A, B un point sur ce cercle et C un point en dehors de ce cercle.

   Construire en vert un cercle de centre O, orthogonal à $\mathcal{C}_1$ en B et passant par C. (......................... / 1 pt)

Traits de construction + codages !

<u>Analyse :</u>

Puisque les 2 cercles doivent être orthogonaux en B, alors O est sur la tangente à $\mathcal{C}_1$ passant par B.

Puisque le cercle vert doit passer par C (et par B !) alors son centre O est aussi sur la médiatrice de [CB].

Donc O est à l'intersection de la tangente à $\mathcal{C}_1$ passant par B et de la médiatrice de [BC].

<u>Construction :</u>

① Tracer la tangente à $\mathcal{C}_1$ passant par B.

② Tracer la médiatrice de [BC].

③ A leur intersection, placer le point O.

④ Tracer le cercle de centre O et de rayon OB.

Le triangle OAB est bien rectangle en B donc ce cercle est orthogonal au cercle $\mathcal{C}_1$ en B. Et il passe bien par C.