Corrigé Contrôle DECIMAUX RELATIFS (55')

Médiane = 14/20 en 2004.

➢ Exercice 1 (…………………… / 2 points) : Quel est le signe final de ces 4 produits (justifiez !) :

$5 \times (-24{,}21) \times 1{,}2 \times (-3) \times 5$

nb pair de facteurs négatifs (2) donc produit positif.

$(-1{,}45) \times 12 \times (-4) \times (-2{,}45) \times 7 \times (-5) \times (-4{,}5)$

nb impair de facteurs négatifs (5) donc produit négatif.

$2 \times \pi \times (-3)$

nb impair de facteurs négatifs (1) donc produit négatif.

$-a \times b \times c$ avec a,b et c trois nombres négatifs quelconques.

Puisque a est négatif alors - a sera positif.

Donc dans $a \times b \times c$, il y a un nb pair (2) de nbs négatifs donc le produit est positif.

➢ Exercice 2 (………………..…… / 1 point) :

Un ordinateur a besoin d'effectuer le produit de 123 facteurs, dont 86 sont positifs.

Quel est le signe du résultat final ?

Nb de facteurs de négatifs = Nb total de facteurs – nb de facteurs de facteurs de positifs

= 123 – 86

= 37

37 est impair donc le produit initial est négatif.

➢ Exercice 3 (…………………….. / 2 pts) : Calculer astucieusement :

$A = (-5) \times 0{,}17 \times (-100) \times 2$

$= (-5) \times 2 \times 0{,}17 \times (-100)$

$= -10 \times (-17)$

$= 170$

$B = 0{,}25 \times (-15) \times (-0{,}1) \times (-4)$

$= 0{,}25 \times (-4) \times (-15) \times (-0{,}1)$

$= (-1) \times 1{,}5$

$= -1{,}5$

➢ Exercice 4 (………………..…….. / 2 pts) : En utilisant la distributivité, calculer :

$C = 98 \times (-17)$

$= (100 - 2) \times (-17)$

$= 100 \times (-17) - 2 \times (-17)$

$= -1700 - (-34)$

$= -1666$

$D = 0{,}27 \times 1027 + (-27) \times 0{,}27$

$= 0{,}27 \times (1027 + (-27))$

$= 0{,}27 \times 1000$

$= 270$

➢ Exercice 5 (................................. / 3 pts) : Calculer les expressions suivantes :

E = -(-3) + (-2,5) – (-0,5) – (+3)

= 3 – 2,5 + 0,5 – 3

= -2

F = - (-12) + 30 ÷ (-6) – 8 × (-2)

= + 12 – 5 +16

= 23

G = (-5) + 3 [2 + 5 × (7 + (-5))]

= -5 + 3 [2 + 5 × 2]

= -5 + 3 [12]

= -5 + 36 = 31

➢ Exercice 6 (.......................... / 6 pts) :

Calculer les expressions ci dessous :

H = 2a + 5b – 3c pour a = -5, b = 0,2 et c = -1

= 2 × (-5) + 5 × 0,2 – 3 × (-1)

= -10 + 1 +3 = -6

I = bc – (ab + ac – bc) ; pour a = -1, b = 1 et c = -a = 1

= 1 × 1 – ((-1) × 1 + (-1) × 1 – 1 × 1)

= 1 – (-1 – 1 – 1)

= 1 – (-3)

= 1 + 3

= 4

$J = a - 2b \times \frac{a}{c}$ pour a = -2, b = 2,5 et c = -1

$= -2 - 2 \times 2{,}5 \times \frac{-2}{-1}$

= -2 – 5 × 2

= -12

➢ Exercice 7 (.......................... / 2 pts) : Pertes et profits.

On pouvait lire l'année dernière sur le bilan de la petite entreprise de vente de climatiseurs Ke Kalor :

Profits des ventes = +25 000€ frais généraux = – 13 000€

Cette année, il a fait beaucoup moins chaud ! Les ventes se sont effondrées de moitié et les frais généraux ont doublé !

Ecrivez une expression numérique qui permet de calculer le bilan de cette année de cette société puis calculer ce bilan.

FRCP !

Bilan de cette l'année $= \frac{\text{profits de l'année dernière}}{2} + 2 \times \text{frais de l'année dernière}$

$= \frac{25000}{2} + 2 \times (-13000)$

= 12500 + (-26000)

= -13500

Le bilan de cette année est négatif : -26000€ : l'entreprise perd de l'argent !

➢ <u>Exercice 8 (................................ / 2 pts) :</u> Concours.

Un concours comporte 20 questions :

Une réponse juste vaut 5 points ; une réponse fausse vaut –3 points ; l'absence de réponse vaut –2 points.

1. Quel score maximal peut-on obtenir ? (…………..……… / 0,5 pts)

   Quel score minimal peut-on obtenir ? (……………….. / 0,5 pts)

2. Voici les résultats de Désiré et Aymée. Quel est le score de chacun ? (………………… / 1 pt)

	Nb de réponses justes	Nb de réponses fausses	Questions sans réponse
Désiré	10	2	8
Aymée	13	7	0

3. Question bonus (………………. / 1 pt) : Peut on obtenir un score nul ? Si oui, de quelles façons ?

1. *Score maximal = 5 $\times$ nb maximal de bonnes réponses.*

$$= 5 \times 20$$

$$= 100$$

Score minimal = -3 $\times$ nb maximal de mauvaises réponses

$$= -3 \times 20$$

$$= -60$$

2. *Score de Désiré = 5 $\times$ nb de réponses justes $-$ 3 $\times$ nb réponses fausses $-$ 2 $\times$ questions sans réponse*

$$= 5 \times 10 - 3 \times 2 - 2 \times 8$$

$$= 50 - 6 - 16$$

$$= 28$$

Désiré obtient un score de 28 points.

Score d'Aymée = 5 $\times$ nb de réponses justes $-$ 3 $\times$ nb réponses fausses $-$ 2 $\times$ questions sans réponse

$$= 5 \times 13 - 3 \times 7 - 2 \times 0$$

$$= 65 - 21 - 0$$

$$= 44$$

Aymée obtient un score de 44 points.

3. *Enfin une question difficile !*

Cette question est difficile car la solution dépend de 3 choses : les nombres de bonnes, mauvaises, et les non réponses. On peut essayer de trouver au hasard une combinaison qui donnera 0, mais quand on en trouve une, rien ne nous dit que ce soit la seule !

Il faut donc une méthode qui nous donnera toutes les solutions à coup sûr !

On nous demande de trouver une combinaison inconnue de bonnes et mauvaises réponses : il s'agit donc d'un problème d'équation (voir le contrat sur les équations).

① *On repère la question dans l'énoncé.*

② *Définitions des inconnues et Restrictions :*

x = nb de bonnes réponses — *x nombre entier compris entre 0 et 20.*

y = nb de mauvaises réponses — *y nombre entier compris entre 0 et 20.*

z = nb de non réponses — *z nombre entier compris entre 0 et 20.*

③ *Traduction de l'énoncé en une ou plusieurs équations :*

Il y a au total 20 questions donc : $x + y + z = 20$

Le score doit être nul donc :

$5 \times$ nb de bonnes réponses $- 3 \times$ nb de mauvaises réponses $- 2 \times$ nb de non réponses $= 0$

$$5 \times x - 3 \times y - 2 \times z = 0$$

Finalement, on obtient le système d'équations : $\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 5x - 3y - 2z = 0 \end{cases}$

④ *Résolution du système :*

➢ *Transformons la première équation :* $x + y + z = 20$

$$D'où \; x = 20 - y - z$$

Dans la $2^{ème}$ *équation* $5x - 3y - 2z = 0$*, remplaçons x par ce qu'on vient d'écrire :*

$$5 \times (20 - y - z) - 3y - 2z = 0$$

Développons : $100 - 5y - 5z - 3y - 2z = 0$

Réduisons : $100 - 8y - 7z = 0$

D'où : $100 - 7z = 8y$

➢ *Analysons un peu cette équation* $100 - 7z = 8y$ *:*

▪ *Le membre de droite 8y est un multiple de 8 donc c'est un nombre pair.*

Le membre de gauche est la soustraction de 100 (qui est pair) avec 7z et le résultat de ce membre de gauche doit être pair vu qu'il doit être égal à 8y. Donc z est forcément un nombre pair.

De plus z est compris entre 0 et 20.

Les seuls choix possibles pour z sont : 0 – 2 – 4 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 –18 – 20.

▪ *En fait z ne peut pas être plus grand que 14 ! Pourquoi ?*

8y est plus grand que 0 car y est positif. Donc z ne doit pas être trop grand pour que 100 – 7z ne deviennent pas négatif ! Or $7 \times 14 = 98$ *donc* $z < 14$.

▪ *Maintenant, on va calculer 100 – 7z pour les valeurs 0 – 2 – 4 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 de z en espérant avoir des multiples de 8 (je rappelle qu'on travaille sur* $100 - 7z = 8y$ *qui est multiple de 8) :*

Pour $z = 0$	$100 - 7z = 100 - 7 \times 0 = 100$	
Pour $z = 2$	$100 - 7z = 100 - 7 \times 2 = 86$	
Pour $z = 4$	$100 - 7z = 100 - 7 \times 4 = 72$	OK
Pour $z = 6$	$100 - 7z = 100 - 7 \times 6 = 58$	
Pour $z = 8$	$100 - 7z = 100 - 7 \times 8 = 44$	

Pour z = 10 $100 - 7z = 100 - 7 \times 10 = 30$

Pour z = 12 $100 - 7z = 100 - 7 \times 12 = 16$ *OK*

Pour z = 14 $100 - 7z = 100 - 7 \times 14 = 2$

■ *Donc z = 4 marche. Déduisons en y : d'où* $100 - 7 \times 4 = 72 = 8y$ *donc* $y = \frac{72}{8} = 9$

On a trouvé z = 4 ; y = 9. Reste à en déduire x : *on se rappelle* $x = 20 - y - z = 20 - 9 - 4$
$= 7$

Donc première combinaison qui marche : $\boxed{x = 7 ;\ y = 9 ;\ z = 4.}$

■ *Pour z = 12. Déduisons en y : d'où* $100 - 7 \times 12 = 16 = 8y$ *donc* $y = \frac{16}{8} = 2$

On a trouvé z = 12 ; y = 2. Reste à en déduire x : *on se rappelle* $x = 20 - y - z = 20 - 2 - 12$
$= 6$

Donc deuxième combinaison qui marche : $\boxed{x = 6 ;\ y = 2 ;\ z = 12.}$

④ *Vérification et réponse en français :*

Quand on remplace les lettres dans $\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 5x - 3y - 2z = 0 \end{cases}$ *par le triplet (x = 7 ; y = 9 ; z = 4), les 2 égalités sont bien vérifiées. Donc quand on 7 bonnes réponses, 9 mauvaises réponses et qu'on ne répond pas à 4 questions, on a un score nul.*

De la même manière, le triplet (x = 6 ; y = 2 ; z = 12) vérifie bien les 2 égalités de départ.

Donc quand on 6 bonnes réponses, 2 mauvaises réponses et qu'on ne répond pas à 12 questions, on a aussi un score nul.

Ouf, c'est fini, 1 heure à taper le tout !