CORRIGE CONTROLE C4 : PUISSANCES (55')

Compte rendu : Contrôle raté en général !

- *Formules de base sur les puissances :*

  Tout nombre à la puissance 0 donne ...... !

  Puissances de 1 ou (-1) non sues : $1^{785} = \dots\dots$ $(-1)^{-2\,541} = \dots\dots\dots$

  Puissance négative d'un nombre quelconque : $3^{-1} = \frac{1}{\dots\dots}$ *et non 0,3 (confusion avec les puissance de 10) ou -3 (confusion avec l'opposé).* $3^{-5} = \frac{1}{\dots\dots}$ $2^{-8} = \frac{1}{\dots\dots}$

  10 = 10⋯ : quand la puissance n'est pas écrite, l'exposant est …… ! 8,2 = 8,2⋯

  Que de formules inventées ! Ex : $5 \times 3^2 = 15^2$ *??? Non : grosse faute de priorité ! Ou bien* $9 \times 3^{-12} = 27^{-12}$ *?!!*

  Calcul élémentaire : $400 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$ $\frac{10^{-2}}{10^{-5}} = \dots\dots$

  Formules $a^n \times b^n = \dots\dots\dots$ *et* $\frac{a^n}{b^n} = \dots\dots$ *non sues !*

  Nombreuses confusion multiplication et puissances : $2^3 = 8$ *et non 6 !* $49 = 7^2$ *et non* 7^7*.*

  Nombreuses confusions entre puissances de 10 et puissances quelconques. Ex : $30^2 \neq 3 \times 10^2$

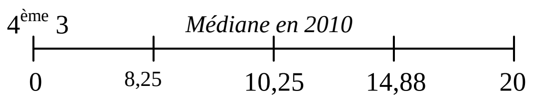
  Confusion entre a² et a × 2. Ex : 30² n'est pas égal à 60 ! Mais à ……

- *Pythagore : Réciproque à revoir.* $(\frac{1}{2})^2 = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ *et non* $\frac{2}{4}$ *!*

- *Calculs complexes : Trop d'erreurs de priorité dues à la présence d'additions ou de soustractions (n°2 et n°5 soustraction). On reste le plus longtemps possible en écriture puissance. On repasse en écriture décimale que si des additions ou soustractions nous y obligent !*

- *Problème : Conversions à revoir ! Précisez les unités dans les formules.*

Plus généralement : Enormément de fautes de calcul élémentaire (addition-soustraction de nombres relatifs, de simplification des fractions, de tables de multiplication…) ; de fautes de signe (3 – 80 = -77 et non 77 !) ; de fautes ahurissantes : -1 + 3 – 1 = 3-2 !
Si vous tombez sur des calculs compliqués, c'est qu'il y a sûrement une erreur !
Arrêtez d'inventer des formules (n°2 ; 3 et 5), je préfère encore qu'il n'y ait rien !
Arrêtez de rendre tout compliqué et appliquez plutôt correctement les priorités et formules !
RELISEZ VOS CALCULS TOUT DE SUITE SANS ATTENDRE LA FIN DU CONTROLE !
Médiane = 11,75 sur 20 en 2009 ; 13 sur 20 en 2008 ; 13 sur 20 en 2007.



- Exercice n° 1 (…………...……… / 4 points) : Compléter les égalités suivantes :

$10^{7} \times 10^{-3} = 10^4$ $6^5 \times 6^{-11} = 6^2 \times 6^{-8}$ $(5^{-7})^{-2} = 5^{14}$ $2^7 \times 3^7 = 6^7$

1 heure = $3,6 \times 10^3$ secondes $\frac{1}{g^{-5}} = g^5$ $\frac{10^4}{10^{-2}} = 10^6$ $\frac{n^{-2}}{n \times n^{-4}} = n^1$

- Exercice n° 2 (…….....………… / 4 pts) : Ecrire ces 4 expressions sous la forme *d'une seule puissance*.

$A = \frac{(5^2)^5}{5^{-2} \times 5^{-3}} = \frac{5^{10}}{5^{-5}} = 5^{15}$

$I = \frac{7^{12}}{49^3} = \frac{7^{12}}{(7^2)^3} = \frac{7^{12}}{7^6} = 7^6$

$B = 0,5^7 \times 3^5 \times 9^4 \times 2^7 = 0,5^7 \times 2^7 \times 3^5 \times (3^2)^4 = (0,5 \times 2)^7 \times 3^5 \times 3^8 = 1^7 \times 3^{13} = 3^{13}$

$O = 6^{20} \times 3^{-15} \times (\frac{1}{2})^{20} = (6 \times \frac{1}{2})^{20} \times 3^{-15} = 3^{20} \times 3^{-15} = 3^5$

➢ Exercice n° 3 (………………………..… / 3 points) : Calculer en colonnes, **en respectant les priorités** :

$F = -2^3 - 2 \times 5^2$

Attention le cube agit sur le 2 et non le -2.

$= -8 - 2 \times 25$

$= -8 - 50$

$= -58$

$O = 5^{-2} + (-1)^{-12} + \pi^0$

Résultat sous forme de fraction irréductible.

Puissance négative non maîtrisée.

$= \frac{1}{5^2} + 1 + 1$

$= \frac{1}{25} + 2$

$= \frac{1}{25} + \frac{50}{25}$

$= \frac{51}{25}$ *F.I.*

$U = (7 \times 10^{-12})^2$

Résultat en écriture scientifique.

$= 7^2 \times (10^{-12})^2$

$= 49 \times 10^{-24}$

$= 4{,}9 \times 10^{-23}$ *e.s.*

➢ Exercice n° 4 (…………...……….. / 3 pts) : Pythagore, fractions et puissances.

Soit WOK un triangle tel que : $WK = 2$ $WO = 2^{-1}$ $OK = (-1)^4$

1. Quel est le plus grand côté du triangle WOK ? Justifier. (……..………… / 1 pt)

$WK = 2$ $WO = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ $OK = (-1)^4 = 1$

On n'a même pas besoin de mettre au même dénominateur ! Ces quantités sont faciles à comparer.

Puisque $2 > 1 > \frac{1}{2}$, *alors WK est la plus grande longueur.*

2. Le triangle WOK est-il rectangle ? Justifier. (………………..…… / 0,5 + 1 + 0,5 pts)

D'une part, on a : $WK^2 = 2^2 = 4$

D'autre part, on a : $OW^2 + OK^2 = (\frac{1}{2})^2 + 1^2$

$= \frac{1}{4} + 1$

$= \frac{1}{4} + \frac{4}{4}$

$= \frac{5}{4}$ *F.I.*

Puisque $WK^2 \neq OW^2 + OK^2$, *alors, d'après la conséquence de Pythagore direct, le triangle WOK n'est pas rectangle.*

➢ Exercice n° 5 (…………………...…… / 3 pts) : Calculez en colonnes (**résultat en écriture scientifique**) :

$$A = \frac{45 \times (10^{14})^2 \times 14 \times 10^{-13}}{12 \times 10^{-6} \times 7 \times 10^3}$$

$= \frac{45 \times 14}{12 \times 7} \times \frac{10^{28} \times 10^{-13}}{10^{-6} \times 10^3}$

$= \frac{\mathbf{3} \times 15 \times \mathbf{2} \times \mathbf{7}}{\mathbf{3} \times \mathbf{2} \times 2 \times \mathbf{7}} \times \frac{10^{15}}{10^{-3}}$

$= \frac{15}{2} \times 10^{18}$

$= 7{,}5 \times 10^{18}$ *e.s.*

$$B = \frac{8{,}2 \times 10^{-1} + 0{,}000\,8 \times 10^2}{3 \times (10^5)^{-3}}$$

$= \frac{0{,}82 + 0{,}08}{3 \times 10^{-15}}$

$= \frac{0{,}9}{3} \times \frac{1}{10^{-15}}$

$= 0{,}3 \times 10^{15}$

$= 3 \times 10^{14}$ *e.s.*

➢ Exercice n° 6 (………………………… / 3 pts) : Et si c'était vrai ? www.jeconomiseleau.org.

Rêvons un peu ! Supposons que chaque jour durant une année entière, toutes les personnes vivant en France métropolitaine (soit environ 64 303 000 personnes en janvier 2009) réduisent leur consommation d'eau d'une goutte de 0,05 millilitres seulement.

La calculette est autorisée pour cet exercice.

La question 2 peut être résolue même sans avoir répondu à la question 1.

1. • Mettre en écriture scientifique le nombre de personnes vivant en France métropolitaine.

   64 303 000 personnes = $6{,}430\,3 \times 10^{7}$ personnes (………………… / 0,5 pts)

   • Convertir 0,05 millilitres en litres puis mettre en écriture scientifique. (……………… / 0,5 pts)

   0,05 millilitres $= \dfrac{0{,}05}{1\,000}$ litres $= 0{,}05 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-5}$ litres.

2. Au bout d'une année, quelle quantité d'eau **(en litres)** serait ainsi économisée au total en France ?

   Résultats en écriture scientifique puis en écriture décimale. (……………………….. / 2 pts)

   Les élèves oublient souvent de prendre en compte la durée d'une année !

Quantité d'eau économisée (en litres) = Quantité évitée par personne par jour × Nb de personnes en France × Nb de jours par an

$= 5 \times 10^{-5} \times 6{,}430\,3 \times 10^{7} \times 365$

$= 11\,735{,}297\,5 \times 10^{2}$ litres

$= 1{,}173\,529\,75 \times 10^{6}$ litres *écriture scientifique*

$= 1\,173\,529{,}75$ litres *écriture décimale*

A raison d'une goutte d'eau en moins par jour et par personne, on économiserait en France 1 173 529,75 litres d'eau ! Soit environs 1 174 tonnes d'eau (rappel : 1 litre d'eau pèse 1 kilogramme). Impressionnant.