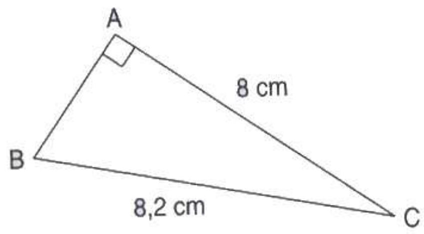
NOM :	Prénom :

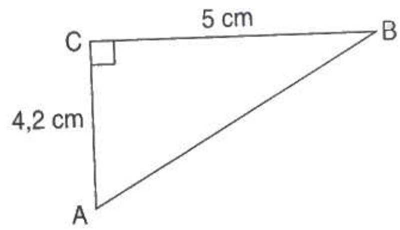
Note : ____ / 20

Compétences	Acquis	En cours d'acquisition	Non acquis
Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque			
Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres			
En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\ }$ d'une calculatrice			

Exercice 1 (4 points)

Dans chacun des cas suivants, calculer AB. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.





Exercice 2 (6 points)

Dans chacun des cas suivants, on donne les longueurs, en centimètres, des côtés d'un triangle. Indiquer s'il s'agit d'un triangle rectangle et, si oui, préciser l'angle droit.

a) MN = 5,6 ; NP = 6,5 ; MP = 3,3

b) FR = 8 ; RT = 7 ; FT = 6

c) $AB = \frac{3}{8}$; $BC = \frac{1}{2}$; $AC = \frac{5}{8}$

Exercice 3 : Périmètre d'un losange (5 points)

ABCD est un losange de centre O tel que AC = 6 cm et BD = 8 cm.

a) Représenter le losange

b) Calculer AB puis le périmètre de ce losange.

Exercice 4 : Rayon du cercle circonscrit(5 points)

a) Pour quel type de triangle peut-on calculer la valeur du rayon de son cercle circonscrit partir de l'un de ses côtés ?

b) Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle dont les trois côtés mesurent en cm : 16 ; 63 et 65.

$4^{ème}$ D **DS3 théorème de Pythagore** **sujet 2 2009-2010**

NOM :	Prénom :

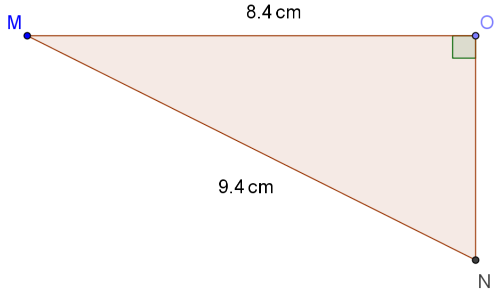
Note : $\dfrac{\quad}{20}$

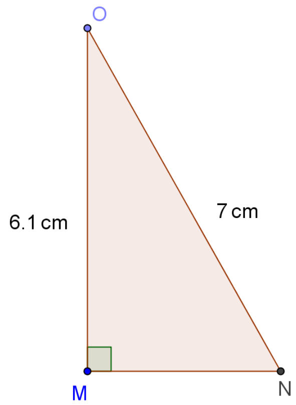
Compétences	**Acquis**	**En cours d'acquisition**	**Non acquis**
Caractériser le triangle rectangle par le théorème de Pythagore et sa réciproque			
Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres			
En donner, si besoin est, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\ }$ d'une calculatrice			

<u>Exercice 1</u> (4 points)

Dans chacun des cas suivants calculer les longueurs demandées

On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.





Calculer ON

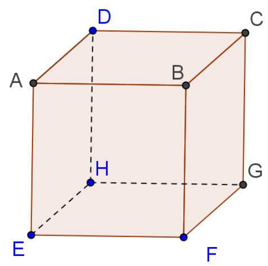
calculer MN

<u>Exercice 2</u> (6 points)

Dans chacun des cas suivants, on donne les longueurs, en centimètres, des côtés d'un triangle.
Indiquer s'il s'agit d'un triangle rectangle et, si oui, préciser l'angle droit.

a) FR = 9 ; RT = 7 ; FT = 6
b) AB = 5,7 ; BC = 7,6 ; AC = 9,5
c) MN $=\frac{5}{9}$; LM $=\frac{4}{3}$; LN = $\frac{13}{9}$

<u>Exercice 3</u> : diagonale d'un cube (5 points)



ABCDEFGH est un cube d'arête 10 cm.
On veut calculer la longueur de la grande diagonale [EC].
On admettra que le triangle AEC est rectangle en A.

a) Calculer la longueur AC arrondie au mm.
b) En déduire la valeur exacte de EC^2.
c) Donner la valeur arrondie au millimètre de la diagonale [EC].

<u>Exercice 4</u> : nature d'un quadrilatère (5 points)

MNPL est un parallélogramme de centre O tel que : ML = 68 mm ; MP = 64 mm et LN = 120 mm.

a) Faire un schéma à main levée.
b) Que représente le point O pour les diagonales du parallélogramme MNPL ?
c) Démontrer que les diagonales de MNPL sont perpendiculaires.
d) En déduire la nature particulière de MNPL.

CORRECTION

Exercice 1

a/ Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le *théorème de Pythagore* dans ce triangle :

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AB^2 + 8^2 = 8{,}2^2$

$AB^2 = 3{,}24$ soit $AB = 1{,}8$ cm.

b/ Le triangle ABC est rectangle en C, donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$AB^2 = 4{,}2^2 + 5^2$

$AB^2 = 42{,}64$ soit $AB \approx 6{,}5$ cm.

Exercice 2

2. a/ $NP^2 = 42{,}25$;

$MN^2 + MP^2 = 5{,}6^2 + 3{,}3^2 = 42{,}25$

donc $MN^2 + MP^2 = NP^2$.

D'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, le triangle MNP est rectangle en M.

b/ $FR^2 = 64$; $RT^2 + FT^2 = 49 + 36 = 85$

donc $FR^2 \neq RT^2 + FT^2$.

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Donc le triangle FRT n'est pas rectangle.

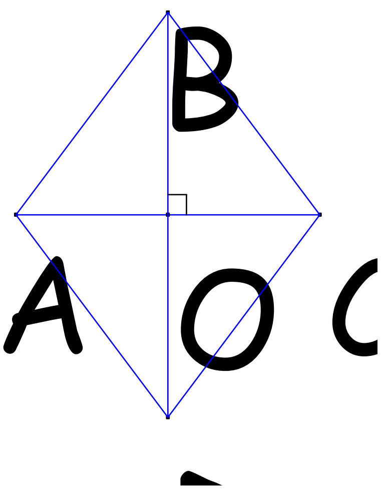
c/ $AC^2 = \frac{25}{64}$; $AB^2 + BC^2 = \frac{9}{64} + \frac{1}{4} = \frac{25}{64}$;

donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 3 : Périmètre d'un losange

a)



b) Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

CORRECTION

On peut donc appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle AOB rectangle en O :
$AB^2 = AO^2 + BO^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$
Donc AB = 5 cm
Le périmètre du losange est $4 \times AB$ (car un losange a ses 4 côtés de même longueur) soit 20 cm.

Exercice 4 : Rayon du cercle circonscrit

a) Pour un triangle rectangle le rayon de son cercle circonscrit est égal à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

b) $65^2 = 4225$ $16^2 + 63^2 = 256 + 3969 = 4225$

Les côtés de ce triangle vérifient la relation de Pythagore, donc selon la réciproque du théorème de Pythagore ce triangle est rectangle et son hypoténuse mesure 65 cm.

Selon la question a) le rayon du cercle circonscrit au triangle mesure : $\frac{65}{2} = 32{,}5$.

CORRECTION

Exercice 1 (4 points)

a/ Le triangle MNO est rectangle en O, donc d'après le *théorème de Pythagore* dans ce triangle :

$MN^2 = OM^2 + ON^2$

$ON^2 = 9,4^2 - 8,4^2 = 17,8$

$ON = \sqrt{17,8} \approx 4,2$ cm

b/ Le triangle MNO est rectangle en M, donc d'après le *théorème de Pythagore* :

$ON^2 = OM^2 + MN^2$

$7^2 = 6,1^2 + MN^2$

$MN^2 = 7^2 - 6,1^2 = 11,79$

$MN = \sqrt{11,79} \approx 3,4$ cm

Exercice 2

a) $FR^2 = 81$ $RT^2 + FT^2 = 49 + 36 = 85$

$FR^2 \neq RT^2 + FT^2$

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Donc le triangle FRT n'est pas rectangle.

b) $AC^2 = 9,5^2 = 90,25$ $AB^2 + BC^2 = 32,49 + 57,76 = 90,25$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

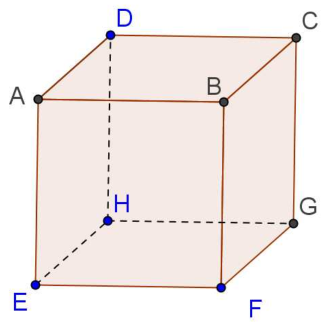
D'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, le triangle MNP est rectangle en B.

c) $LN^2 = \frac{169}{81}$ $MN^2 + LM^2 = \frac{25}{81} + \frac{16}{9} = \frac{25 + 16\times 9}{81} = \frac{169}{81}$

$LN^2 = MN^2 + LM^2$

D'après la *réciproque du théorème de Pythagore*, le triangle LMN est rectangle en M.

Exercice 3 : diagonale d'un cube



a) La face ABCD du cube est un carré.

On peut donc applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 10^2 + 10^2 = 200$

$AC = \sqrt{200} \approx 14,1$ cm

b) On peut appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle AEC rectangle en A :

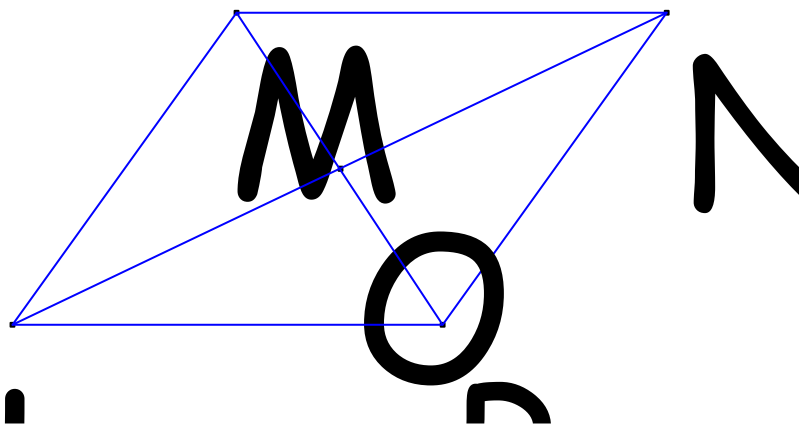
$EC^2 = AC^2 + AE^2 = 200 + 100 = 300$

c) $EC = \sqrt{300} \approx 17,3$ cm

CORRECTION

Exercice 4 : nature d'un quadrilatère

a)



b) O est le milieu des diagonales du parallélogramme MNPL.

c) Montrons que le triangle OML est rectangle en O.

ML = 68 mm OM = 32 mm OL = 60 mm

$ML^2 = 68^2 = 4624$ $OM^2 + OL^2 = 32^2 + 60^2 = 1024 + 3600 = 4624$

$ML^2 = MO^2 + OL^2$

Donc selon la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle OML est rectangle en O.

Donc les droites (OL) et (OM) sont perpendiculaires.

Les diagonales de MNPL sont donc bien perpendiculaires.

d) MNPL est un parallélogramme donc les diagonales sont perpendiculaires : il s'agit donc d' un losange.