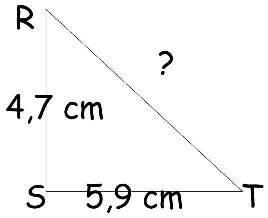
Quatrième E2	**Corrigé du devoir n°4 : Théorème de Pythagore et sa réciproque**	Fait le 15/02/11

Exercice 1 :

a)



Dans le triangle RST, rectangle en S, on applique le Théorème de Pythagore :

$RT^2 = RS^2 + ST^2$

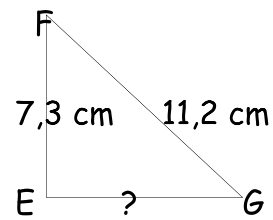
$RT^2 = 4{,}7^2 + 5{,}9^2$

$RT^2 = 22{,}09 + 34{,}81$

$= 56{,}9$

D'où : $RT = \sqrt{56{,}9} \simeq$ **7,5 cm**

b)



Dans le triangle EFG, rectangle en E, on applique le théorème de Pythagore :

$FG^2 = EF^2 + EG^2$

$11{,}2^2 = 7{,}3^2 + EG^2$

$125{,}44 = 53{,}29 + EG^2$

$125{,}44 - 53{,}29 = EG^2$

$72{,}15 = EG^2$

D'où : $EG = \sqrt{72{,}15} \simeq$ **8,5 cm**

Exercice 2 :

$MD^2 = 12{,}5^2 = 156{,}25$

$MT^2 + TD^2 = 10^2 + 7{,}5^2$

$= 100 + 56{,}25$

$= 156{,}25$

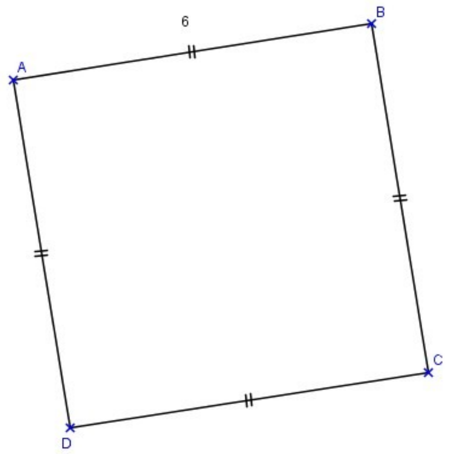
D'où : $MD^2 = MT^2 + TD^2$

La réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée, donc :

Le triangle TMD est rectangle en T

Exercice 3 :

1) a)



Comme ABCD est un carré, en particulier, $\widehat{ADC} = 90°$

Dans le triangle ADC, rectangle en D, on applique le théorème de Pythagore :

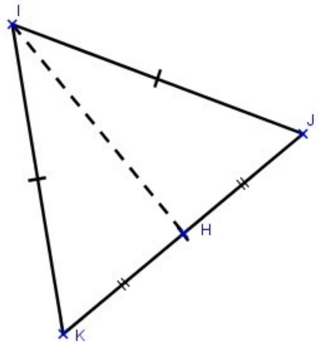
$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$

D' où : $AC = \sqrt{72} \simeq$ **8,5 cm**

(Remarque : $\dfrac{AC}{AB} \simeq \dfrac{8{,}5}{6} \simeq 1{,}414 = \sqrt{2}$ *Déjà vu en séance d'exercices)*

2) a)



(Rappel : (IH), médiane issue de I du triangle IKJ, est aussi médiatrice, hauteur et bissectrice car IJK triangle équilatéral)

Alors, le triangle IHJ est rectangle en H.

Dans le triangle IHJ, rectangle en H, on applique le théorème de Pythagore :

$$IJ^2 = IH^2 + HJ^2$$
$$5^2 = IH^2 + 2{,}5^2$$

C'est-à-dire : $25 - 6{,}25 = IH^2$

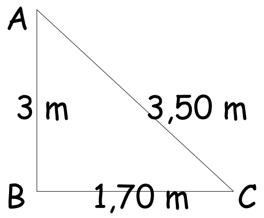
D'où : $IH = \sqrt{18{,}75} \simeq$ **4,3 cm**

c) A la calculatrice $\sqrt{3} : 2 \simeq 0{,}866$ et $\dfrac{IH}{IJ} \simeq \dfrac{4{,}3}{5} = 0{,}86$

On constate alors que

$$\boxed{\frac{IH}{IJ} \simeq \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

Exercice 4 :



$3{,}50^2 = 12{,}25$ | $3^2 + 1{,}70^2 = 11{,}89$

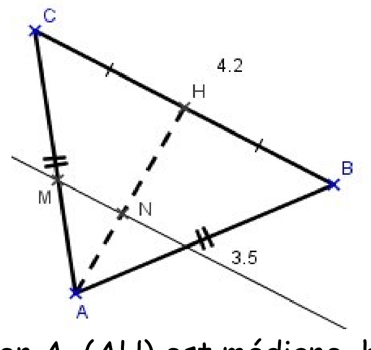
D'où : $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore ,ABC n'est pas rectangle .*(Rappel de la* ***contraposée*** *du théorème de Pythagore : [AC] étant le plus grand côté , Si* $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ *, alors le triangle n'est pas rectangle)*

Par conséquent : **Le mur n'est pas perpendiculaire au sol**

Exercice 5 :

1)



2) Comme ABC est isocèle en A, (AH) est médiane, hauteur , bissectrice et médiatrice.

En particulier,

$(AH) \perp (BC)$

Dans le triangle AHB, rectangle en H, on applique le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

C'est-à-dire : $3{,}5^2 = AH^2 + 2{,}1^2$

$12{,}25 - 4{,}41 = AH^2$

$7{,}84 = AH^2$

D'où : $AH = \sqrt{7{,}84}$ = **2,8 cm**

3) a) Considérons le triangle ANM :

$AM^2 = 1{,}5^2 = 2{,}25$ | $AN^2 + MN^2 = 1{,}2^2 + 0{,}9^2 = 1{,}44 + 0{,}81 = 2{,}25$

D'où : $AM^2 = AN^2 + MN^2$

La réciproque du théorème de Pythagore est vérifiée,

Donc : ANM est un triangle rectangle en N

Ce qui revient à dire que : **$(AN) \perp (NM)$**

b) On sait que : $(AH) \perp (MN)$ et que : $(AH) \perp (BC)$

Or, ***si deux droites sont perpendicualires à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles***

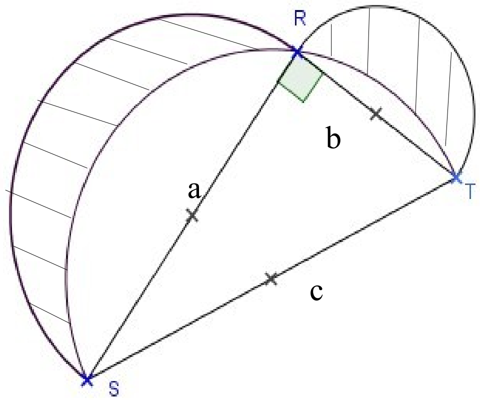
Donc : **(MN) // (BC)**

4) $\dfrac{AN}{AH} = \dfrac{1{,}2}{2{,}8} \simeq \mathbf{0{,}4}$ $\quad \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{1{,}5}{3{,}5} \simeq \mathbf{0{,}4}$ $\quad \dfrac{NM}{HC} = \dfrac{0{,}9}{2{,}1} \simeq \mathbf{0{,}4}$

$$\text{Donc : } \frac{AN}{AH} = \frac{AM}{AC} = \frac{NM}{HC}$$

Remarque : *L'égalité de ces trois rapports correspond au théorème de Thalès qui sera étudié plus tard cette année.*

DEFI : les lunules d'Hippocrate



Aire(Lunules) = Aire(demi-disque de diamètre [RS]) + Aire(Demi-disque de diamètre [RT]) + Aire(Triangle RST) – Aire(Demi-disque de diamètre [ST])

$$\frac{\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} + \frac{\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)^2}{2} + \frac{b\times a}{2} - \frac{\pi\times\left(\frac{c}{2}\right)^2}{2}$$ or, dans le triangle RST, rectangle en R, on peut appliquer le théorème de Pythagore : $ST^2 = SR^2 + RT^2$

C'est-à-dire : $c^2 = a^2 + b^2$ .D'où :

$$\text{Aire(lunules)} = \frac{b\times a}{2} = \text{Aire(Triangle RST)}$$