



# Relatifs

N1



## Narration de recherche

Sujet : Les 7 familles

Nous sommes des points et nous habitons tous dans un rectangle dont les sommets ont pour coordonnées :  $(-7; 10)$   $(7; 10)$   $(7; -10)$   $(-7; -10)$ . Voici nos adresses :

**Famille 1** : Notre ordonnée est l'opposée de notre abscisse.

**Famille 2** : En divisant notre abscisse par 2 et en retranchant 5 au résultat, on trouve notre ordonnée.

**Famille 3** : En multipliant notre abscisse par  $-3$  et en retranchant 7 au résultat, on trouve notre ordonnée.

**Famille 4** : Notre ordonnée est égale au carré de notre abscisse divisé par 2.

**Famille 5** : Notre ordonnée est égale au cube de notre abscisse divisé par  $-4$ .

**Famille 6** : Le produit de notre abscisse et de notre ordonnée est toujours égal à 4.

**Famille 7** : La somme du carré de notre abscisse et du carré de notre ordonnée est toujours égale à 25.

1°) Pour chaque famille, trouve 4 points de la famille.

2°) Donne l'adresse de chaque famille sous la forme d'une relation qui lie l'abscisse  $x$  et l'ordonnée  $y$  des points de la famille.

3°) Représente les 7 familles.

4°) Pour chaque famille, trouve les coordonnées des points qui habitent sur les bords du rectangle.

5°) Pour chaque famille, trouve les coordonnées des points qui habitent sur les axes.

6°) Quels sont les points qui appartiennent à plusieurs familles ?

Extrait de *Les nombres relatifs au collège* (Septembre 1996) avec l'aimable autorisation de l'IREM de Poitiers.

### Activité 1 : Produit d'un nombre négatif par un nombre positif

On considère l'expression  $B = (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$ .

1. Quelle est la valeur de B ?

On va revenir sur le sens de la multiplication :

$20 + 20 + 20$  est la somme de trois termes tous égaux. On peut donc écrire cette somme sous la forme du produit  $20 \times 3$  qui se lit « 20 multiplié par 3 ».

2. Écris B sous la forme d'un produit.

3. Écris les expressions suivantes sous la forme d'une somme et calcule-les :

$$C = (-6) \times 3$$

$$D = (-22) \times 5$$

$$E = (-7) \times 7$$

$$F = (-1,5) \times 6$$

4. Conjecture la manière dont on calcule le produit d'un nombre négatif par un nombre positif.

### Activité 2 : Conjecture sur le produit

1. Voici une table de multiplication :

a. Recopie-la sur ton cahier et complète la partie qui concerne le produit de deux nombres positifs (en bas à droite).

b. D'après le résultat de l'activité 1, complète la partie qui concerne le produit d'un nombre négatif par un nombre positif (en haut à droite).

c. Observe les régularités dans cette table de multiplication et complète-la entièrement, en expliquant tes choix.

×	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-5											
-4											
-3											
-2											
-1											
0											
1											
2											
3											
4											
5											

d. À l'aide d'un tableur, crée cette table de multiplication et vérifie que les résultats obtenus sont les mêmes que les tiens.

2. Application sur quelques exemples :

a. En t'aidant de la table, donne le résultat pour chaque calcul suivant :

$$A = (-5) \times 4$$

$$B = 3 \times (-2)$$

$$C = 5 \times (-4)$$

$$D = (-1) \times (-3)$$

b. En t'inspirant de ce qui précède, propose un résultat pour les calculs suivants :

$$E = (-9,2) \times 2$$

$$F = 1,5 \times (-8)$$

$$G = (-3,14) \times 0$$

$$H = (-1,2) \times (-0,1)$$

c. Vérifie ces résultats à la calculatrice.

3. Propose une règle qui permet, dans tous les cas, de calculer le produit de deux nombres relatifs.

## Activité 3 : Justification du produit de deux nombres relatifs

Le but de cette activité est de justifier que le produit de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif et que celui de deux nombres négatifs est un nombre positif.

**1.** Calcul de  $(-3,5) \times 1,2$  :

On considère l'expression  $Z = 3,5 \times 1,2 + (-3,5) \times 1,2$ .

**a.** En utilisant la distributivité, factorise par 1,2 et calcule la valeur de Z.

**b.** Que peut-on en déduire pour les nombres  $3,5 \times 1,2$  et  $(-3,5) \times 1,2$  ? Déduis-en la valeur de  $(-3,5) \times 1,2$ .

**2.** Calcul de  $(-7) \times (-5)$  :

**a.** En t'inspirant de l'activité 1, retrouve le résultat de  $(-7) \times 4$ .

**b.** Effectue les calculs donnés dans le cadre ci-contre puis poursuis-les jusqu'à  $(-7) \times (-5)$ .

$$(-7) \times 4 = \dots$$

$$(-7) \times 3 = \dots$$

$$(-7) \times 2 = \dots$$

$$(-7) \times 1 = \dots$$

$$(-7) \times 0 = \dots$$

**3.** Calcul de  $(-1,5) \times (-0,8)$  :

On considère l'expression  $N = (-1,5) \times 0,8 + (-1,5) \times (-0,8)$ .

En t'inspirant de la méthode de la première partie, retrouve la valeur de  $(-1,5) \times (-0,8)$ .

## Activité 4 : Produit de plusieurs nombres relatifs

**1.** Calcule ces expressions et déduis-en une règle pour trouver rapidement chaque résultat :

$$A = (-1) \times (-1)$$

$$B = (-1) \times (-1) \times (-1)$$

$$C = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$$

$$D = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$$

$$E = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$$

**2.** On sait que  $(-4) = (-1) \times 4$  et  $(-2) = (-1) \times 2$ .

**a.** Complète alors le calcul suivant :

$$(-4) \times (-2) \times (-5) = (-1) \times \dots \times (-1) \times \dots \times (-1) \times \dots$$

$$= (-1) \times (-1) \times (-1) \times \dots \times \dots \times \dots$$

**b.** Déduis-en une méthode pour trouver le résultat de  $(-4) \times (-2) \times (-5)$ .

**3.** Inspire-toi de la question précédente pour effectuer le calcul suivant :

$$(-2) \times (-3) \times 5 \times (-4) \times 6 \times (-5).$$

**4.** Propose une méthode pour multiplier plusieurs nombres relatifs.

### Activité 5 : Un cas particulier de la distributivité

Le but de cette activité est de simplifier une expression ayant un signe « - » devant une parenthèse ou un crochet.

#### 1. 1<sup>re</sup> approche

On considère l'expression :  $A = 4 - 8 - 5 - (4 - 5 + 2)$ .

- Calcule cette expression en respectant les priorités de calcul.
- On désire supprimer les parenthèses. On peut écrire A sous la forme :

$$A = 4 - 8 - 5 + (-1) \times (4 - 5 + 2)$$

Développe A en distribuant le facteur - 1 puis effectue les produits. Tu obtiens ainsi une écriture simplifiée de A. Compare-la avec l'expression de départ.

#### 2. 2<sup>e</sup> approche

Soustraire  $(4 - 5 + 2)$ , c'est ajouter son opposé.

Écris comme une somme de trois termes l'opposé de  $(4 - 5 + 2)$  et retrouve ainsi l'écriture simplifiée de A trouvée au 1.

#### 3. Calculs astucieux

- Simplifie l'écriture de  $B = 7,34 + 1,28 + 1,235 - 3,93 - (1,28 + 3 - 3,93 + 7,34)$  et de  $C = 18 + 73 - 25 - (-27 + 75 - 82)$  puis effectue les calculs.  
Quels intérêts présente la simplification d'écriture dans ces cas ?
- Simplifie l'écriture de  $D = 14,7 + 18,9 - 4,7 - (12 + 5,3 - 9,9)$  puis effectue le calcul.  
La simplification d'écriture présente-t-elle un intérêt dans ce cas ?

### Activité 6 : Quotient de nombres relatifs

Revenons sur le sens de la division :

Écrire  $3 \times 5 = 15$  revient à écrire  $3 = 15 \div 5$  ou  $5 = 15 \div 3$ .

#### 1. Retrouve les nombres manquants de ces opérations à trous :

- $$\begin{aligned} 4 \times \dots &= 12 \\ (-5) \times \dots &= 130 \\ 8 \times \dots &= (-16) \\ \dots \times (-3) &= (-27) \end{aligned}$$

- Écris ces nombres manquants sous forme de quotient.

#### 2. Que dire du quotient de deux nombres relatifs ?

#### 3. On considère l'expression $K = \frac{(-3) \times (-5) \times 2 \times (-1)}{(-1) \times 8 \times 5 \times (-5)}$ .

- Quel est le signe du numérateur de K ?
- Quel est le signe du dénominateur de K ?
- Déduis-en le signe de K puis calcule K.

## Méthode 1 : Multiplier deux nombres relatifs

### À connaître

Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie les distances à zéro et on applique la **règle des signes** :

- le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le produit de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**.

**Exemple 1** : Effectue la multiplication :  $A = (-4) \times (-2,5)$ .

Le résultat est positif car c'est le produit de deux nombres négatifs.

$$A = 4 \times 2,5$$

$$A = 10$$

**Exemple 2** : Effectue la multiplication :  $B = 0,2 \times (-14)$ .

Le résultat est négatif car c'est le produit d'un nombre positif par un nombre négatif.

$$B = -(0,2 \times 14)$$

$$B = -2,8$$

### À toi de jouer

**1** Effectue les multiplications suivantes :

$$C = (-7) \times (-8)$$

$$D = (-9) \times 6$$

$$E = 10 \times (-0,8)$$

$$F = -5 \times (-11)$$

$$G = -8 \times 0,5$$

$$H = (-7) \times 0$$

## Méthode 2 : Multiplier plusieurs nombres relatifs

### À connaître

- Le produit de plusieurs nombres relatifs est **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs**.
- Le produit de plusieurs nombres relatifs est **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

**Exemple 1** : Quel est le signe du produit :  $A = -6 \times 7 \times (-8) \times (-9)$  ?

Le produit comporte trois facteurs négatifs. Or 3 est impair donc A est négatif.

**Exemple 2** : Calcule le produit :  $B = 2 \times (-4) \times (-5) \times (-2,5) \times (-0,8)$ .

Le produit comporte quatre facteurs négatifs. Or 4 est pair donc B est positif.

$$B = 2 \times 4 \times 5 \times 2,5 \times 0,8$$

$$B = (2 \times 5) \times (4 \times 2,5) \times 0,8$$

$$B = 10 \times 10 \times 0,8$$

$$B = 80$$

### À toi de jouer

**2** Quel est le signe du produit  $C = 9 \times (-9) \times (-9) \times 9 \times (-9) \times (-9) \times (-9)$  ?

**3** Calcule :

$$D = -25 \times (-9) \times (-4)$$

$$E = 0,5 \times 6 \times (-20) \times 8$$

## Méthode 3 : Diviser deux nombres relatifs

### À connaître

Pour diviser deux nombres relatifs non nuls, on divise les distances à zéro et on applique la **règle des signes** :

- le quotient de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif** ;
- le quotient de deux nombres relatifs de **signes contraires** est **négatif**.

**Exemple 1** : Effectue la division suivante :  $A = 65 \div (-5)$ .

Le résultat est négatif car c'est le quotient d'un nombre positif par un nombre négatif.

$$A = -(65 \div 5)$$

$$A = -13$$

**Exemple 2** : Quelle est l'écriture décimale du quotient  $B = \frac{-30}{-4}$  ?

Le résultat est positif car c'est le quotient de deux nombres négatifs.

$$B = \frac{30}{4}$$

$$B = 7,5$$

### À toi de jouer

**4** Quel est le signe des quotients suivants ?

$$C = \frac{56}{-74}$$

$$D = \frac{-6}{5}$$

$$E = -\frac{9}{13}$$

$$F = -\frac{7}{-45}$$

$$G = -\frac{-8}{-9}$$

**5** Calcule de tête :

$$H = 45 \div (-5)$$

$$I = (-56) \div (-8)$$

$$J = -59 \div (-10)$$

$$K = -14 \div 4$$

## Méthode 4 : Effectuer des calculs avec des nombres relatifs

### À connaître

Dans une suite d'opérations avec des nombres relatifs, on effectue **dans l'ordre** : d'abord les calculs entre parenthèses puis les multiplications et divisions et enfin les additions et soustractions.

**Exemple** : Effectue le calcul suivant :  $A = -4 - 5 \times (-2 - 6)$ .

$$A = -4 - 5 \times (-2 - 6)$$

$$A = -4 - 5 \times (-8)$$

$$A = -4 + 40$$

$$A = 36$$

### À toi de jouer

**6** Effectue les calculs :

$$B = (-3 - 6) \times (6 - 8)$$

$$C = 12 - (-21) \times 7$$

$$D = -15 + (6 - 9) \times (-4)$$

## Additionner et soustraire

**1** Effectue les additions suivantes :

- a.**  $(+ 4) + (+ 9)$                       **d.**  $(+ 1) + (- 7)$   
**b.**  $(- 2) + (+ 3)$                       **e.**  $(- 10) + (+ 10)$   
**c.**  $(- 4) + (- 11)$                       **f.**  $(- 40) + (+ 20)$

**2** Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les :

- a.**  $(+ 9) - (+ 12)$                       **d.**  $(- 13) - (- 5)$   
**b.**  $(- 10) - (+ 6)$                       **e.**  $(+ 8) - (- 1)$   
**c.**  $(- 2) - (- 17)$                       **f.**  $0 - (- 72)$

**3** Effectue les calculs suivants :

- a.**  $(+ 13,2) + (+ 12,8)$               **d.**  $(+ 17,4) - (+ 12,6)$   
**b.**  $(- 25,5) + (+ 11,7)$               **e.**  $(- 3,9) - (- 11,1)$   
**c.**  $(+ 2,3) + (- 1,5)$                   **f.**  $(- 100) - (+ 13)$

**4** Effectue les calculs suivants :

- a.**  $4 - 12$                                       **e.**  $55 - 32$   
**b.**  $9 - 11$                                       **f.**  $- 2,2 - 2,7$   
**c.**  $- 2 - 2$                                       **g.**  $- 6,7 + 2,4$   
**d.**  $- 6 + 8$                                       **h.**  $1,2 - 2,9$

**5** Calcule en regroupant les termes de même signe :

$$A = 15 + 3 - 6 + 2 - 7$$

$$B = - 8 + 4 - 5 - 6 + 11$$

$$C = (+ 10) - (- 4) + (- 1) + (+ 5) - (+ 9)$$

$$D = (- 15) - (+ 14) + (+ 30) + (- 15) - (- 20)$$

**6** Regroupe les termes astucieusement puis calcule :

$$E = 22 + 25 + 8 - 25$$

$$F = - 1,5 + 5,7 - 3,6 + 0,3 + 1,5$$

**7** Remplace les pointillés par le nombre qui convient :

- a.**  $(- 10) + \dots = 25$   
**b.**  $(+ 16) - \dots = 42$   
**c.**  $(+ 25) - (- 13) + (- 5) + \dots = 26$   
**d.**  $(- 63) + (- 8) - \dots + (+ 18) = 21$

## Multiplier

**8** Complète :

**a.**  $A = (- 4) + (- 4) + (- 4) + (- 4) + (- 4)$

$$A = (- 4) \times \dots$$

$$A = \dots$$

**b.**  $B = (- 8,2) + (- 8,2) + (- 8,2)$

$$B = (- 8,2) \times \dots$$

$$B = \dots$$

**c.**  $C = (- 1,7) + (- 1,7) + (- 1,7) + (- 1,7)$

$$C = (- 1,7) \times \dots$$

$$C = \dots$$

**9** Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

**a.**  $(- 12) \times (+ 2)$

**c.**  $(- 10,3) \times (- 46)$

**b.**  $(+ 34) \times (- 28)$

**d.**  $(+ 12,5) \times (+ 3,1)$

**10** Sans les calculer, donne le signe de chacun des produits suivants :

**a.**  $- 36 \times (- 1)$

**c.**  $2,3 \times (- 2,3)$

**b.**  $(- 2) \times (+ 24)$

**d.**  $- 9,1 \times 6$

**11** Quel est le signe du résultat quand on...

**a.** ...multiplie un nombre négatif par un nombre positif ?

**b.** ...multiplie quatre nombres négatifs entre eux ?

**c.** ...multiplie un nombre positif et deux nombres négatifs ?

**d.** ...multiplie un nombre relatif par lui-même ?

**e.** ...multiplie trois nombres négatifs entre eux ?

**12** Relie chaque calcul à son résultat :

$(+ 5) \times (- 4)$	•
$(- 5) \times (- 3)$	•
$(- 3) \times (+ 4)$	•
$(+ 4) \times (+ 4)$	•
$(- 4) \times (- 3)$	•
$(- 5) \times (- 4)$	•
$(- 5) \times (+ 3)$	•
$(- 4) \times (+ 4)$	•

•	- 15
•	- 20
•	- 12
•	+ 12
•	- 16
•	+ 20
•	+ 15
•	+ 16

**13** Calcule mentalement :

- a.  $(-8) \times (+2)$                       f.  $(-1,5) \times (+20)$   
 b.  $(-2) \times (+5)$                       g.  $(-0,25) \times (-4)$   
 c.  $(-4) \times (-8)$                       h.  $(+0,8) \times (-3)$   
 d.  $(+9) \times (+10)$                     i.  $(-3,2) \times (+4)$   
 e.  $(+191) \times (+0,1)$                 j.  $(-1) \times (-17)$

**14** Calcule, sachant que  $11,2 \times 2,5 = 28$  :

- a.  $11,2 \times (-2,5)$                       b.  $-11,2 \times (-2,5)$

**15** Un produit peut en cacher un autre...

a. Calcule le produit  $7,5 \times 0,2$ .

b. Effectue alors les calculs suivants :

$A = 7,5 \times (-0,2)$                        $C = (-75) \times (+0,2)$

$B = (-0,2) \times (-7,5)$                  $D = (-7,5) \times (-20)$

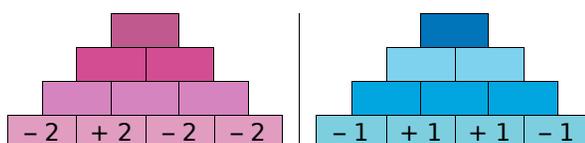
**16** Relie les expressions dont les produits sont égaux :

$(+5) \times (-12)$	•	•	$(-1) \times (+20)$
$(-8) \times (-3)$	•	•	$(+12) \times (+5)$
$(+4) \times (-6)$	•	•	$(+2) \times (+12)$
$(+5) \times (-4)$	•	•	$(+5) \times (+4)$
$(+2) \times (+10)$	•	•	$(-3) \times (+20)$
$(-2) \times (-30)$	•	•	$(-12) \times (+2)$

**17** Complète cette table de multiplication :

$\times$	-3	+5	-9	+6	-8
-1					
+4					
-7					
0					

**18** Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



**19** Donne le signe de chacun des produits suivants :

$A = 5,4 \times (-3,2) \times (+4) \times (-5,1)$

$B = (-0,5) \times (-9) \times 0 \times 7 \times (-1,4) \times (-1)$

$C = -6 \times (-10) \times 4 \times (-9) \times (-3) \times (-4,1)$

**20** Effectue les calculs suivants :

$A = (-2) \times (-3) \times (+5)$

$B = (-3) \times (-2) \times (-4)$

$C = (+6) \times (-1) \times (+3)$

**21** Effectue les calculs suivants :

$A = (-3,2) \times (-10) \times (+2) \times (-0,5)$

$B = (-75) \times (-0,25) \times (+4) \times (+2)$

$C = (-3) \times (-0,1) \times (+5) \times (+4)$

$D = (-1,5) \times (+4) \times (-1) \times (+0,8) \times (-3)$

$E = (+2) \times (-10) \times (+3) \times (-1) \times (-1)$

**22** Calcule astucieusement :

$A = (-2) \times (-1,25) \times (-2,5) \times (-8)$

$B = (-75) \times (-0,25) \times (+2) \times (+4)$

$C = (+0,01) \times (-25) \times (-13,2) \times 4 \times (-3)$

**23** Complète par le nombre qui convient :

a.  $(-4) \times \diamond = 20$

c.  $\diamond \times 7 = -42$

b.  $(-13) \times \diamond = -39$

d.  $\diamond \times (-11) = 121$

**24** Complète par le nombre qui convient :

a.  $(+4) \times \diamond = -100$

c.  $\diamond \times 17 = -17$

b.  $(-2,9) \times \diamond = 29$

d.  $\diamond \times (-3) = -99$

**25** Suite logique de nombres

Donne le signe de chacun des produits suivants :

$A = (-1) \times 2 \times (-3) \times 4 \times \dots \times (-9)$

$B = (-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times \dots \times (-12)$

$C = (-4) \times (-3) \times (-2) \times \dots \times 3 \times 4 \times 5$

$D = 5 \times (-10) \times 15 \times (-20) \times \dots \times (-100)$

$E = 1 \times (-2) \times 4 \times (-8) \times \dots \times 1\,024$



## 26 Températures

Il fait  $0^{\circ}\text{C}$  et la température chute de deux degrés toutes les heures.

- a. Combien de temps faudra-t-il pour que la température atteigne  $-10^{\circ}\text{C}$  ?
- b. Quelle sera la température dans huit heures ?

## 27 Calcule dans chaque cas le produit $xy$ :

- a.  $x = 5$  et  $y = -3$       c.  $x = -2$  et  $y = -5$
- b.  $x = +4$  et  $y = -11$     d.  $x = -0,5$  et  $y = -5,2$

## 28 Complète le tableau suivant :

$a$	$b$	$c$	$ab$	$(-a) \times c$	$-(ac)$	$abc$
-5	6	-4				
-1	-2	-3				
-2,1	-4	+3				

## 29 Décompositions...

- a. Trouve toutes les façons de décomposer le nombre  $-20$  en produit de deux nombres entiers relatifs.
- b. Trouve toutes les façons de décomposer le nombre  $24$  en produit de trois nombres entiers relatifs.

## 30 Les phrases suivantes sont-elles vraies pour tout nombre relatif $a$ ? Justifie tes réponses.

- a. Le produit  $(-4) \times a$  est négatif.
- b.  $a^2$  est positif.
- c. Le produit de  $a$  par son opposé est négatif.
- d. Le double de  $a$  est positif.

## 31 Calcule :

$A = -5 + 3 \times 5$                        $C = 18 - 7 \div 4$   
 $B = 7 - 4 \times 6$                          $D = -2 \times 6 + 3 \times (-8)$

## 32 Calcule les expressions suivantes :

$A = 3 - 4 \times (5 - 2)$        $D = -3 + (1 - 5) \times (-6)$   
 $B = 3 \times 4 - 2 \times (4 - 1)$      $E = 1 - 2 \times 3 + 4 \times (-5)$   
 $C = 5 - 2 \times 3 + 2 \times 7$      $F = 1 + (-2)^2 - (-3)^2$

## Diviser

## 33 Complète chaque égalité et écris chaque facteur manquant $\diamond$ sous la forme d'un quotient :

- a.  $(+6) \times \diamond = +18$  donc  $\diamond = \dots$
- b.  $(+5) \times \diamond = -20$  donc  $\diamond = \dots$
- c.  $\diamond \times (-7) = +14$  donc  $\diamond = \dots$
- d.  $(-2) \times \diamond = +12$  donc  $\diamond = \dots$
- e.  $\diamond \times (-10) = -130$  donc  $\diamond = \dots$

## 34 Sans les calculer, donne le signe de chacun des quotients suivants :

- a.  $(-3) \div (-8)$                       c.  $(-4) \div (-5)$
- b.  $(+1) \div (-2)$                      d.  $(-3,7) \div (+5,1)$

## 35 Calcule mentalement :

- a.  $64 \div (-8)$                           f.  $-35 \div 7$
- b.  $42 \div (-6)$                         g.  $(-54) \div (-6)$
- c.  $-24 \div (-3)$                       h.  $25 \div (-5)$
- d.  $81 \div (+9)$                         i.  $(-4) \div (+4)$
- e.  $-17 \div (-1)$                       j.  $(-29) \div (+1)$

## 36 Calcule mentalement :

- a.  $(-100) \div (+25)$                   d.  $(+55) \div (+5)$
- b.  $(-42) \div (-4)$                     e.  $(-24) \div (-5)$
- c.  $(+54) \div (-3)$                     f.  $(-13) \div (-10)$

## 37 Parmi les nombres de la liste suivante, recopie ceux qui sont positifs :

$\frac{-9}{+3}$  ;  $-\frac{-3}{+7}$  ;  $-\frac{5}{-2}$  ;  $-\frac{+1}{-10}$

## 38 Pour chaque fraction, trouve l'écriture la plus simple possible :

Exemple :  $\frac{-2}{+9} = -\frac{2}{9}$

- a.  $-\frac{+4}{+5}$                                       d.  $-\frac{-8}{11}$
- b.  $-\frac{-1}{-5}$                                       e.  $-\frac{1}{-10}$
- c.  $\frac{7}{-3}$                                         f.  $-\frac{5}{-15}$

**39** Sans calculatrice, donne l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

a.  $-\frac{3}{-10}$

c.  $\frac{-50}{+100}$

b.  $-\frac{-64}{-8}$

d.  $\frac{-3}{-2}$

**40** Utilise ta calculatrice pour donner l'écriture décimale des nombres suivants :

a.  $\frac{-5}{-40}$

c.  $-\frac{-125}{-625}$

b.  $-\frac{172}{-5}$

d.  $\frac{-0,235}{+0,8}$

**41** Calcule les expressions suivantes :

A =  $\frac{11}{2-5}$

B =  $\frac{-6-3}{2+7}$

C =  $\frac{-2-(-4)}{6-7}$

**42** Dans chaque cas, calcule le quotient de x par y :

a.  $x = -15$  et  $y = -3$

d.  $x = -2,4$  et  $y = 1,2$

b.  $x = +64$  et  $y = -8$

e.  $x = y = -2,3$

c.  $x = -36$  et  $y = 12$

f.  $x = 0$  et  $y = -5$

**43** Complète le tableau suivant et donne le résultat sous forme décimale :

a	b	c	$a \div b$	$(-b) \div c$	$c \div (-a)$
-5	4	-4			
-2,5	-1	+20			
+8	-4	-0,5			
-2,4	-1,2	-24			

**44** Donne, à l'aide de ta calculatrice, l'arrondi à l'unité de chacun des nombres suivants, comme dans l'exemple :

Exemple : A =  $\frac{-153}{23}$ .

La calculatrice donne  $A \approx -6,652173913$ .

On a donc :  $-7 < A < -6$ .

L'arrondi à l'unité de A est -7 car A est plus proche de -7 que de -6.

B =  $\frac{39}{-9}$

C =  $\frac{-17}{-7}$

D =  $\frac{-28}{51}$

## Calculs variés

**45** Pour chacun des calculs suivants, indique s'il s'agit d'une somme ou d'un produit puis donne le résultat :

a.  $-4 \times (+9)$

e.  $-8 + (+6)$

b.  $-3 - (+8)$

f.  $+9 \times (+3)$

c.  $-7 + (-5)$

g.  $-5 - (-16)$

d.  $+3 \times (-7)$

h.  $-11 \times (-4)$

**46** Sans les calculer, donne le signe de chacun des calculs suivants :

a.  $(-4) \times (-12)$

e.  $(+7) \times (+8)$

b.  $(+15) + (-22)$

f.  $(-7) + (+8)$

c.  $(-45) - (-51)$

g.  $(-3,12) \times (-2,5)$

d.  $(-37) \times (+51)$

h.  $(-3,17) - (+3,7)$

**47** Calcule mentalement :

a.  $8 \times (-8)$

d.  $-5 - (+17)$

b.  $-22 + (-6)$

e.  $(-34) + (-19)$

c.  $-14 \times 3$

f.  $-15 \times (-5)$

**48** Calcule mentalement :

a.  $(-4) \times (-2,5)$

e.  $(+2,6) \times (-3)$

b.  $(+3,5) + (-2,2)$

f.  $(-7,15) - (-2,2)$

c.  $(-3,9) + (-5,4)$

g.  $(-3,12) \times (-10)$

d.  $(-3) \times (+4,2)$

h.  $(-0,7) - (+1,17)$

**49** Pour chaque égalité suivante, remplace le symbole  $\diamond$  par le signe opératoire qui convient :

a.  $(-3) \diamond (-2) = -5$

c.  $(-2) \diamond (-2) = +4$

b.  $(-3) \diamond (-2) = +6$

d.  $(-2) \diamond (-2) = -4$

e.  $(-5) \diamond (+4) = (-12) \diamond (+8)$

**50** Logique !

Complète chaque suite de nombres :

a. 3 ; 1 ; -1 ; ... ; ... ; ...

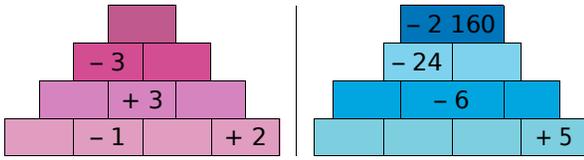
b. 1 ; -2 ; +4 ; ... ; ... ; ...

c. -16 ; 8 ; -4 ; ... ; ... ; ...

d. 0,5 ; -5 ; 50 ; ... ; ... ; ...



**51** Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :



**52** Effectue les calculs suivants en soulignant, à chaque étape, le calcul en cours :

$$A = 7 + (-6) \times (-6)$$

$$B = 13 - (+3) \times (-4) - 8$$

$$C = -30 \div (-9 + 15)$$

$$D = -3 - 9 \times (-3)$$

$$E = -3 \times 6 \times (-2 + 8)$$

**53** Effectue les calculs suivants en soulignant, à chaque étape, le calcul en cours :

$$A = -22 + (13 - 5) \times (-5)$$

$$B = (-2) \times (-8) + 2 \times (-20) \div 4$$

$$C = -28 + (5 - 2) \times (-4)$$

$$D = 7 \times (-7) + 3 \times (-25) \div (-5)$$

$$E = -3,2 \times (-6) + (-2,3 - 7,7)$$

$$F = 150 \div (-1,2 - 9 \times 3,2)$$

**54** *Vocabulaire*

- a. Traduis les phrases suivantes par un calcul :
- La somme du produit de 4 par -5 et de -6.
  - Le produit de la somme de 7 et de -8 par la somme de 8 et de -2.

b. Effectue ces calculs.

**55** *Vocabulaire (bis)*

a. Traduis les expressions mathématiques suivantes par des phrases :

Exemple :  $(-2) \times 3 + 1$  se traduit par :

« La somme du produit de (-2) par 3 et de 1. »

$$A = 5 \times (-7) + 3 \quad D = (2 - 3) \times (-1 - 2)$$

$$B = 3 + \frac{2}{-4} \quad E = \frac{1 - 7}{2 + 5}$$

$$C = 7 - 4 \times (-10) \quad F = -2 + (-6) \times (-6) - 9$$

b. Effectue ces calculs.

**56** En détaillant les étapes, calcule :

a.  $A = 3x - 7$  pour  $x = +2$  ;

b.  $B = -2x - 9$  pour  $x = -5$  ;

c.  $C = x^2 + 2$  pour  $x = -1$ .

**57** Sachant que  $a = 5$ ,  $b = -3$  et  $c = -10$ , calcule les expressions suivantes :

$$D = -2a \quad F = -3c + a \quad H = \frac{c}{a} + 2b$$

$$E = a - b \quad G = b - a - c$$

**58** Calcule  $b^2 - 4ac$  dans les cas suivants :

**1<sup>er</sup> cas** :  $a = 2$  ;  $b = 3$  et  $c = 5$ .

**2<sup>e</sup> cas** :  $a = -1$  ;  $b = 2$  et  $c = 3$ .

**3<sup>e</sup> cas** :  $a = 3$  ;  $b = -2$  et  $c = 2$ .

**59** Complète le tableau suivant :

a	b	c	$ab - c$	$(a - b)c$
2	3	5		
-1	5	6		
3	-5	-7		
-8	2	-6		

**60** Pour  $a = 3$ ,  $b = -4$ ,  $c = -5$  et  $d = 7$ , calcule les expressions suivantes :

$$E = a - b + c \quad H = -5ac + bd$$

$$F = 2a - 3b \quad I = 2(a - b) + d$$

$$G = ac - bd \quad J = 5(b - a) \div d$$

**61** Complète le tableau suivant :

a	b	c	ab	$(-a) \times c$	$-(ac)$	abc
-5		+4	10			
		2			-12	-36

**62** Supprime les parenthèses dans chaque expression puis calcule sans calculatrice :

$$A = [(-5) + 6 - (-1) - 7] - [(-5) + 6 - (-1) - 7]$$

$$B = [(-5) + 6 - (-1) - 7] - [(-5) + 6 - (-1) + 7]$$

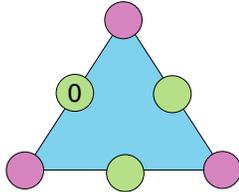
$$C = -18,1 + 2,8 - 7 + (-2,8 + 18,1 - 7)$$

$$D = 18,1 + 2,8 - 7 - (2,8 + 18,1 + 7)$$

**63** La différence  $a - b$  est égale à 12. On augmente  $a$  de 3 et on diminue  $b$  de 4. Combien vaut la différence entre ces deux nouveaux nombres?

**64** *Triangle magique*

La somme des nombres de chaque côté du triangle est 2. Remplis les cases vides avec les nombres relatifs  $(-2)$  ;  $(-1)$  ;  $1$  ;  $2$  et  $3$ .



**65** *Le nombre - 21...*

- Écris le nombre  $-21$  comme somme de deux nombres entiers relatifs consécutifs.
- Écris le nombre  $-21$  comme différence de deux carrés.

**66** Complète les phrases suivantes :

- $-21$  est la moitié de...
- $-21$  est le triple de...
- $-21$  est l'opposé de...

**67** *Choisir deux nombres*

- Trouve deux nombres relatifs dont le produit est positif et la somme est négative.
- Trouve deux nombres relatifs dont le produit est négatif et la somme est positive.
- Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont positifs.
- Trouve deux nombres relatifs dont le produit et la somme sont négatifs.

**68** *Énigme*

Sachant que le produit deux nombres  $A$  et  $B$  est positif et que leur somme est négative, quels sont les signes de  $A$  et de  $B$  ?

**69** *Calculatrice*

Effectue à la calculatrice les calculs suivants :

- $13\,857 \times (-253)$
- $\frac{-44\,980}{8\,996 - 10\,380}$
- $312 - 123 \times (-734)$
- $\frac{-34 \times (-713)}{-68}$

**70** Complète les carrés magiques suivants :

a. Pour l'addition :

	-9	-2
	-4	
-6		

b. Pour l'addition :

1,6		
	-5,4	
-4,4		-12,4

c. Pour la multiplication :

	36	-3
	6	
-12		

**71** *Signe*

$A$  est le produit de 24 nombres (non nuls) comportant 23 facteurs négatifs.

$B$  est le produit de 13 nombres (non nuls) comportant 11 facteurs négatifs.

Donne, si c'est possible, le signe de :

- $A \times B$
- $A \div B$
- $A - B$
- $A^2$
- $A + B$

**72** *Coup de froid*

Chaque matin de la 1<sup>re</sup> semaine du mois de Février, Julie a relevé la température extérieure puis a construit le tableau suivant :

Jour	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Température (en °C)	-4	-2	-1	+1	0	+2	-3

Calcule la moyenne des températures relevées par Julie.

**73** Calcule les expressions suivantes en respectant les priorités :

$$A = \frac{7 - 7 \times 5}{6 \times 2 - 5}$$

$$B = (4 - 6) \times [5 + (3 - (-2)) \times 2]$$

$$C = \frac{-7 \times (-3) - (-3) \times (-5)}{12 \div (-3) - 2}$$

**74** Effectue de deux manières différentes les calculs suivants :

$$A = (-3) \times (5 - 7)$$

$$C = (-7 - 2) \times (-3)$$

$$B = 5 \times (-4 - 3)$$

$$D = -3 \times ((-4) + (-2))$$

**75** *Extrait du brevet*

a. Soit  $D = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(7x - 2)$ .

Calculer D pour  $x = -4$ .

b. Soit  $E = 36 - (3x + 5)^2$ .

Calculer E pour  $x = -2$ .

**76** *Le compte est bon pour quatre joueurs !*

**La construction du jeu :**

Dans une feuille de format A4, découpez 28 carrés de 4 cm de côté.

Au stylo bleu, fabriquez 21 cartes « Nombre » avec tous les nombres entiers de -10 à 10.

Remarque : Soulignez les nombres 6 et 9 pour ne pas les confondre.

Au stylo rouge, fabriquez sept cartes « Compte » portant les nombres -30 ; -20 ; -10 ; 0 ; 10 ; 20 et 30.

**La règle du jeu :**

Un joueur tire cinq cartes au hasard parmi les cartes « Nombre ». Le joueur à sa gauche tire une carte « Compte ».

En trois minutes, chacun doit utiliser les nombres présents sur les cartes « Nombre » pour obtenir un résultat égal ou le plus proche possible du nombre indiqué sur la carte « Compte ».

Si un joueur obtient le bon résultat, il gagne 1 point. Sinon c'est le joueur qui s'en approche le plus qui gagne le point.

En cas d'égalité, c'est celui qui a utilisé le moins de nombres qui remporte le point.

Jouez plusieurs parties et écrivez chaque calcul gagnant sous la forme d'une suite d'opérations utilisant éventuellement des parenthèses.

Le vainqueur est le joueur qui obtient le premier cinq points.

**77** *Conversion*

Aux États-Unis, la température T est mesurée en degrés Fahrenheit. Voici la formule pour convertir une température  $T_{\text{°F}}$  exprimée en degrés Fahrenheit (°F) en une température  $T_{\text{°C}}$  équivalente exprimée en degrés Celsius (°C) :

$$T_{\text{°C}} = \frac{(T_{\text{°F}} - 32) \times 5}{9}$$

a. À New-York est annoncée une température de 68°F. Convertis cette température en degrés Celsius à l'aide de la formule.

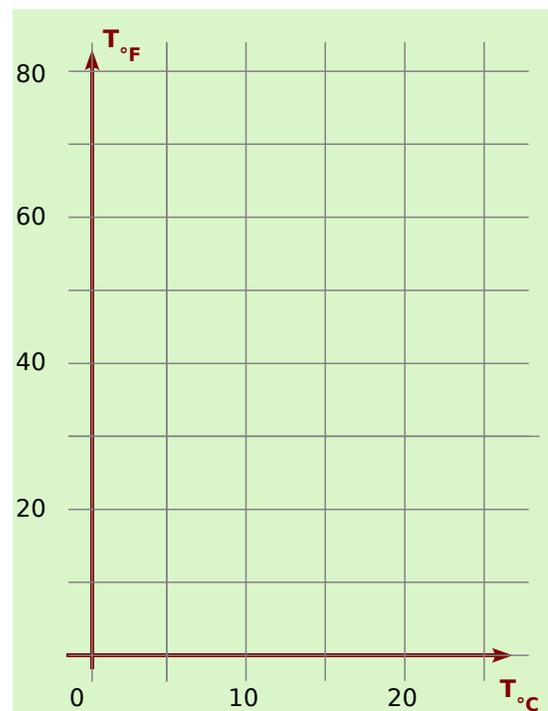
b. Même question pour une température de 23°F.

c. Voici la formule pour convertir une température exprimée en degrés Celsius (°C) en une température équivalente exprimée en degrés Fahrenheit (°F) :  $T_{\text{°F}} = T_{\text{°C}} \times 1,8 + 32$ .

Recopie puis complète le tableau suivant :

$T_{\text{°C}}$	0	5	10	15	20
$T_{\text{°F}}$					

d. Place les données du tableau dans un repère similaire à celui ci-dessous.



e. À la vue du graphique, peut-on dire que les deux unités de température sont proportionnelles ? Justifie ta réponse.

## 1 Le bon produit

### 1<sup>re</sup> partie : La construction du jeu

a. Avec du papier épais ou du carton, fabriquez 66 cartes à jouer.

b. Au stylo bleu, fabriquez les 38 cartes « facteur » :

- deux portent le nombre 0 ;
- trois exemplaires pour chacun des nombres : - 9 ; - 6 ; - 4 ; - 3 ; - 2 ; - 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 9.

Remarque : Soulignez les 6 et les 9 pour éviter de les confondre.

c. Au stylo rouge, fabriquez les 28 cartes « produit » :

- deux portent le nombre 0 ;
- les autres sont toutes différentes et portent les nombres : - 54 ; - 36 ; - 27 ; - 24 ; - 18 ; - 16 ; - 12 ; - 9 ; - 8 ; 6 ; - 4 ; - 3 ; - 2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 16 ; 18 ; 24 ; 27 ; 36 et 54.

### 2<sup>e</sup> partie : Les règles du jeu

Chaque joueur reçoit six cartes « facteur » puis pioche une carte « produit ». Celui qui a le plus grand nombre joue en premier (en cas d'égalité, les joueurs ex-aequo piochent une deuxième carte produit). On tourne ensuite dans le sens des aiguilles d'une montre.

Les cartes « produit » piochées sont posées face visible. On complète de façon à en avoir 10 en tout sur la table.

Le joueur dont c'est le tour pioche une carte « produit » et la pose sur la table avec les autres.

Si, avec deux de ses cartes facteurs, il peut obtenir un des produits visibles, il écarte les trois cartes (les deux cartes « facteur » et la carte « produit »).

S'il ne peut pas, il pioche deux cartes « facteur » et regarde à nouveau s'il peut obtenir un produit.

S'il propose une combinaison et qu'il a fait une erreur de calcul, il pioche également deux cartes « facteur ».

C'est alors au tour du joueur suivant.

Lorsqu'un joueur a écarté toutes ses cartes « facteur », il a gagné.

## 2 Expressions littérales

### 1<sup>re</sup> partie : Résolution d'énigmes

Dans chaque cas, retrouvez les valeurs de chacune des inconnues pour que l'égalité soit vérifiée sachant qu'elles sont données dans le désordre.

Exemple : Pour le problème :

$a(b-c) - de = -5$	4	-1	-3	-2	1
--------------------	---	----	----	----	---

Une solution est :  $a = -3$  ;  $b = 1$  ;  $c = -2$  ;  $d = 4$  et  $e = -1$ . En effet :

$$-3 \times (1 - (-2)) - 4 \times (-1) = -9 + 4 = -5.$$

a. Niveau 1 : trois inconnues

$a + b - c = 3$	-2	4	-3
$a + bc = 1$	-1	3	4
$a - (b - c) = 1$	-5	2	8
$\frac{a}{-b+c} = -1,5$	3	1	-3
$a + \frac{b}{c} = 3$	-1	2	5

b. Niveau 2 : quatre inconnues

$(a+b)(c+d) = -60$	-9	-4	-3	9
$\frac{a-b}{c+d} = 3$	-9	-3	9	9
$a(b-c) - d = 17$	4	-5	7	-8
$ab - cd = 1$	-3	-5	5	8
$a - \frac{b}{c} - d = -7$	-6	-10	5	3

c. Niveau 3 : cinq inconnues

$a(b+c) - de = 19$	-1	3	2	5	-6
$\frac{a}{b+c} - \frac{d}{e} = -1$	-1	3	8	2	4
$a(b+c) - a(d-e) = 1$	2	4	-1	-2	3

### 2<sup>e</sup> partie : À vous de faire les énigmes

Maintenant construisez des énigmes sur le modèle précédent : deux de niveau 1, deux de niveau 2 et une de niveau 3.

Les énigmes seront ensuite rassemblées au tableau et chaque groupe devra essayer d'en résoudre le plus grand nombre possible.

## Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	$-7 \times (-3) = \dots$	- 10	- 21	10	21
2	$(-10) + 15 = \dots$	- 5	- 150	5	- 25
3	$4 \times (-3) = \dots$	1	- 12	- 7	12
4	$-15 \div (-5) = \dots$	$\frac{-15}{-5}$	- 3	$15 \div 5$	3
5	$4 \times (-4) = \dots$	0	- 8	16	- 16
6	$-10 \div 10 = \dots$	- 0	1	0	- 1
7	Le produit de l'opposé de - 6 par l'opposé de 7 vaut...	42	- 42	- 1	$\frac{6}{-7}$
8	Pour tout nombre relatif $a$ , le nombre $-a$ est...	négatif	l'opposé de $a$	positif ou négatif suivant le signe de $a$	égal à $(-1) \times a$
9	$-6 + 6 \times (-10) = \dots$	0	120	66	- 66
10	- 12 est le résultat de...	$3 + 3 \times (-2)$	$5 \times (-3) + 3$	$(-12 + 5) \div 5$	$-8 + 4 \div (2 - 3)$
11	Pour tous nombres relatifs $u$ et $v$ , le produit $-u \times v \times u \times v$ est...	nul	positif	négatif	de signe impossible à déterminer
12	Le produit de 108 facteurs égaux à - 1 est égal à...	- 108	0	- 1	1
13	$x$ est le relatif tel que $x \times (-3) = -10$ donc...	$x = -7$	$x = 3,33$	$x = \frac{10}{3}$	$x = -\frac{10}{3}$
14	$a$ est un nombre négatif donc...	$a^2$ est négatif	$-a^2$ est négatif	$(-a)^2$ est négatif	$\frac{a}{-a} = 0$
15	Dans un produit de 90 facteurs...	un facteur est égal à 0 donc ce produit est égal à 0	il y a deux fois plus de facteurs positifs donc ce produit est positif	il n'y a que des facteurs négatifs donc ce produit est négatif	on remplace la moitié des facteurs par leurs opposés donc le signe du produit change

## Pour aller plus loin

### Des signes...

- $a$ ,  $b$  et  $c$  sont trois nombres relatifs dont le produit est négatif et  $b$  est le double de  $a$ . Quel est le signe de  $c$  ?
- $x$ ,  $y$  et  $z$  sont trois nombres relatifs tels que :
  - $x \times y$  et  $x \times z$  ont le même signe ;
  - $y$  et  $y \times z$  ont le même signe ;
  - $y$  et  $x \times y \times z$  ont des signes différents.

Quels sont les signes de  $x$ ,  $y$  et  $z$  ?

- Pour quelles valeurs de  $m$ , le produit de  $m$  par  $m - 1$  est-il négatif ?
- Donne le signe de  $x - 1$  en fonction des valeurs de  $x$ . Étudie le signe du produit  $x(x - 1)(x - 2)$  en fonction des valeurs de  $x$ .



## La danse des signes

Certains nombres relatifs ont perdu leurs signes et il peut manquer des signes d'opérations ! A toi de les retrouver !

$$(-2) \times (\dots 3) - (-8) \times (\dots 2) = 22 ;$$

$$(-2) \times (\dots 3) - (-8) \div (\dots 2) = 2 ;$$

$$(-2) \dots (\dots 3) - (-8) \times (\dots 2 \dots 4) = -10.$$

## Que de signes !

Détermine le signe du produit suivant :

$$(-343) \times (-344) \times (-345) \times \dots \times (-999).$$

## Qui suis-je ?

- Ce nombre est très bizarre : que je le multiplie par  $-2$  ou par  $-7$ , j'obtiens le même résultat ! Quel est ce nombre ?
- Quand je me multiplie par moi-même, cela donne mon opposé ! Qui suis-je ?



## Pour aller plus loin

## Des signes, toujours des signes...

$a$  et  $b$  sont des nombres relatifs. Étudie leurs signes dans chacun des cas suivants :

- $a + b$  est un nombre négatif et  $a \times b$  est un nombre positif ;
- $a + b$  et  $a \times b$  sont des nombres négatifs.

## Les nombres négatifs dans l'histoire

Les nombres négatifs font aujourd'hui partie de notre environnement. Nous les considérons comme des nombres à part entière.

Pourtant, leur introduction dans les mathématiques fut lente, difficile et maintes fois remise en cause. Ils naissent à travers les calculs de gains et de dettes. On attribue aux Chinois les premières utilisations de quantités négatives au premier siècle de notre ère.

Voici ce que disait, en 1803, le mathématicien et ingénieur Lazare Carnot (1753-1823) à leurs propos :

« Pour obtenir réellement une quantité négative isolée, il faudrait retrancher une quantité effective de zéro, ôter quelque chose de rien : opération impossible. Comment donc concevoir une quantité négative isolée ? ».

Voici deux autres citations de mathématiciens :

Pascal (1623-1662), dans ses « Pensées » :

« Trop de vérité nous étonne ; j'en sais qui ne peuvent comprendre que, qui de zéro ôte 4, reste zéro. ».

(Image : Pascal, source Wikipédia)



Arnauld (un ami de Pascal), à propos de l'égalité  $\frac{-1}{1} = \frac{1}{-1}$  :

« Comment un nombre plus petit pourrait-il être à un plus grand comme un plus grand à un plus petit ? ».

a. Explique ces phrases et commente-les.

b. Et que penser de la réflexion suivante de Wallis (1616-1703) ?

«  $a$  étant un nombre positif, le quotient  $\frac{a}{0}$  est infini. Comme  $\frac{a}{-1}$  est plus grand, le dénominateur étant plus petit, il est plus grand que l'infini tout en étant inférieur à zéro car le résultat est négatif. »